

ΜΕΘΟΔΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΚΑΜΠΥΛΩΝ ΥΠΕΡΥΨΩΣΕΩΣ ΚΑΙ ΚΑΤΑΠΤΩΣΕΩΣ ΕΙΣ ΑΝΟΙΚΤΟΥΣ ΑΓΩΓΟΥΣ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΑ ΡΕΥΜΑΤΑ

Υπό του Κ. ΝΙΚ. Ν. ΑΜΒΡΑΖΗ, Άγρονόμου - Τοπογρ. Μηχανικού, Διπλ. Ε.Μ.Π.

I. ΓΕΝΙΚΑ

Ο προσδιορισμός της στάθμης της ελευθέρως επιφανείας ύδατος ρέοντος εντός τάφρου, ή φυσικού ρεύματος, είναι έν από τὰ συνήθη προβλήματα, τὰ όποια καλείται νά λύση ό ύδραυλικός μηχανικός.

Η γνώσις της άκριβούς συμπεριφοράς ρέοντος ύδατος εντός άνοιχτού άγωγού διά την όμοιομορφον ροήν, βάσει των γνωστών νόμων της κινήσεως των υγρών, δέν παρουσιάζει σημαντικές δυσκολίας. Δέν συμβαίνει όμως τό ίδιον και διά τās περιπτώσεις της άνομοιομόρφου ροής, καθ' όσον αί εμφανιζόμεναι λογιστικάι δυσκολίαί είναι συνηθέστατα άνυπέρβλητοι, παρ' όλον ότι κατά την θεωρίαν οι νόμοι ροής είναι άπολύτως έπαρκείς διά τόν ύπολογισμόν οίασδήποτε περιπτώσεως.

Δυνάμεθα, λοιπόν, νά κατατάξωμεν όλας τās περιπτώσεις του ύπολογισμού των καμπυλών ύπερυψώσεως, και καταπτώσεως, εις δύο κατηγορίας: α) εις την κατηγορίαν της εφαρμογής θεωρητικών τύπων, διά κανονικούς άγωγούς, και β) εις την κατηγορίαν της εφαρμογής, κατά προσέγγισιν, γραφικών ή ήμιγραφικών μεθόδων.

Οί θεωρητικοί τύποι προέκυψαν εκ της μαθηματικής διερευνήσεως του προβλήματος, και αι δι' αυτών διδόμεναι λύσεις είναι περιορισόμεναι και κοπιωδέσταται, διά τὰ εις την πράξιν προκύπτοντα προβλήματα.

Από θεωρητικής άπόψεως ήτο φυσικόν νά καταβληθῆ προσπάθεια, υπό διαφόρων έρευνητών (1), παρακάμψεως της δυσκόλου και επίπονου ύπολογιστικής εργασίας, διά της άπλοποιήσεως των εκάστοτε παρουσιαζόμενων αναλυτικών μορφών, εις βάρος της άκριβείας των ύπολογισμών, διά παραδοχών, όπως της ίδεατής διατομής, της παραβολοειδούς τοιαύτης, — διά τόν κατά προσέγγισιν ύπολογισμόν εις περιπτώσιν φυσικών ρευμάτων, — και γενικώς διατομών έχουσών άπλην αναλυτικήν έκφρασιν, συναρτήσιν του βάθους ροής, t_1 .

Τό γεγονός τούτου ώδήγησεν εις τās λεγομένας «Ειδικά» μεθόδους ύπολογισμού, τινές των όποίων είναι γνωσται από πολλών δεκαετιών. Η συστηματική έν τούτοις άντιμετώπισις του προβλήματος προσέκρουε πάντοτε εις την άπέραντον ποικιλομορφίαν των έξωτερικών στοιχείων, και οι ύδραυλικοί μηχανικοί έξακολουθοῦν νά άποφεύγουν τόν άκριβή ύπολογισμόν της στάθμης ροής οίουδήποτε φυσικού ρεύματος, (όλιγον ή πλέον πολύπλοκον των έντελώς στοιχειωδών (2)).

Τό πρόβλημα του προσδιορισμού της στάθμης της ελευθέρως επιφανείας ροής εις φυσικά ρεύματα, όπως τίθεται εις την πράξιν, είναι συνήθως πολύπλοκον και ούδεις δύναται νά τό μετατρέψη εις άπλοῦν.

Διά της άνά χείρας μελέτης δέν αίρονται, βεβαίως, όλα άνεξαιρέτως αι σχετικάι δυσκολίαί. Έν τούτοις συμβολήν εις τόν προσδιορισμόν της καμπύλης ύπερυψώσεως ή καταπτώσεως φυσικών ρευμάτων, όσον και εις άνοικτούς άγωγούς κανονικής διατομής(3), νομίζομεν ότι πράγματι παρουσιάζει ή εις τὰ έπόμενα άναπτυσσομένη μέθοδος.

II. Άνάλυσις της μεθόδου

Τό Σχ. 1 παριστᾶ τμήμα μηκοτομής φυσικού ρεύματος μεταξύ των διατομών 1 και 2.

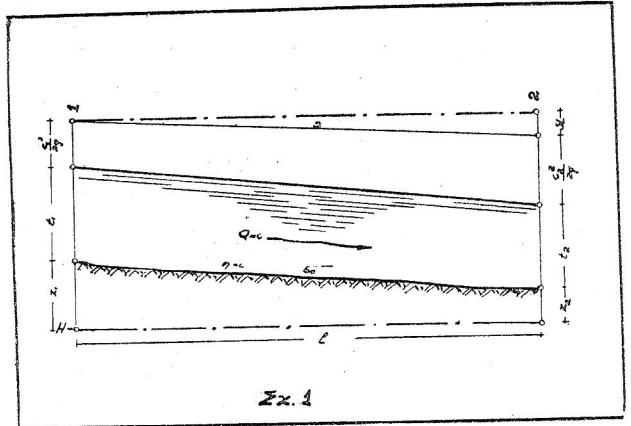
Η όλική διαθέσιμος ένέργεια εις την θέσιν 1 ισούται, ως γνωστόν, με την όλικήν ένέργειαν εις την θέσιν

2, πλέον τās άπωλείας h_{11} , τās εμφανισθείσας κατά μήκος του τμήματος 1—2, ότε έχομεν:

$$z_1 + t_1 + \frac{c_1^2}{2g} = z_2 + t_2 + \frac{c_2^2}{2g} + h_{11} \quad (1)$$

Αί συνήθως λαμβανόμεναι ύπ' όψιν άπόλειαί, κατά τόν ύπολογισμόν της θέσεως της γραμμής ένεργείας, ύγρου ρέοντος εντός τάφρου είναι:

s_r = άπόλειαί άνά μονάδα μήκους, λόγω της τραχύτη-



τος του ύλικού της βρεχομένης περιμέτρου. s_n = άπόλειαί άνά μονάδα μήκους, λόγω πτυχώσεων της κατά μήκος τομής της κοίτης.

s_d = άπόλειαί άνά μονάδα μήκους, λόγω άποτόμου μεταβολής της βρεχομένης επιφανείας, και s_c = άπόλειαί άνά μονάδα μήκους, λόγω άλλαγής διεύθυνσεως της ροής του ρεύματος.

Αί άπόλειαί s_r και s_n ύπολογίζονται εκ του τύπου του Manning, δι' ώρισμένον τμήμα του ρεύματος, και κατόπιν καταλλήλου έκλογής του συντελεστού n , διά μεταβλητόν βάθος ροής και διαφόρους παροχάς (4).

Αί άπόλειαί s_d και s_c ειθισται νά ύπολογίζονται: α) Ός συμπεριλαμβανόμεναι εις την τιμήν του n , κατόπιν παρατηρήσεων εις τό έξεταζόμενον τμήμα του ρεύματος, ότε ή τιμή της κλίσεως της γραμμής ένεργείας:

$$S = \frac{n_i^2 Q^2}{F_i^2 R_i^{4/3}} \quad (2)$$

παριστᾶ τό άθροισμα

$$S = s_r + s_n + s_d + s_c$$

ή β) ως ποσοτόν της μεταβολής της μέσης ταχύτητος ροής μεταξύ δύο διατομών, ότε:

$$S = s_r + s_n + \frac{1}{2g} \left[c_1^2 - c_2^2 \right] \quad (3)$$

4) H. A. Einstein. Transactions ASCE, Vol. 107-1942, pp 561.

Van Te Chow, Proceedings ASCE, Vol. 78-1952/ D78, p 2.

N. L. Barbarossa, Proceedings Separate No 78, Jul. 52.

1) «Rühlmann, Bresse, Struckel, Bismay, Tolkmitt.

2) J. Pietrkowski. Water Section. P. W. D. Tel Aviv. «Non Uniform Flow», D-96, pp 14.

3) H. Rouse 1950, pp 631-632.

Υποθέτουμεν ότι αι απόλειαι μεταξύ των διατομών 1 και 2 τυχόντος ρεύματος ίσούνται με

$$S_{μ1}$$

όπου $S_{μ1}$ = ή μέση τιμή των απόλειων εις τας θέσεις

1 και 2, και

l = τὸ μήκος τὸ μεταξύ των διατομών.

Τὸ σφάλμα ἐκ τοῦ ὑπολογισμοῦ του $S_{μ1}$ ὡς 0,5.

$$(s_1 + s_2), \text{ και οὐχι ὡς } S_{μ1} = \frac{n_{μ1}^2 C_{μ1}^2}{R_{μ1}^{4/3}}, \text{ ὅπου } c_{μ1} = 0,5 (c_1 +$$

$+ c_2)$ και $R_{μ1} = 0,5 (R_1 + R_2)$, εἶναι ἀνεπαρκῆ μικρόν, ἀμελητέον δὲ εἰς τὴν περίπτωσιν κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ ἐκλεγμένον μήκος l δίδει μικρὰν μεταβολὴν τῶν ταχυτήτων εἰς τὰς ἀκραίας θέσεις αὐτοῦ.

Αἱ ἀπόλειαι s_d και s_c , λαμβανόμεναι ὑπ' ὄψιν ὡς ποσοστά τῆς μεταβολῆς τῆς κινητικῆς ἐνεργείας τοῦ ὕγρου, δίδουν:

$$s_d + s_c = 0,051 f [c_1^2 - c_2^2], \text{ ὅτε τὸ σύνολον τῶν ἀπολειῶν τὸ μεταξύ τῶν διατομῶν 1 και 2 λαμβάνει τὴν μορφήν:}$$

$$S_{μ1} l + 0,051 f [c_1^2 - c_2^2] = 0,5 (s_1 + s_2) l + 0,051 f [c_1^2 - c_2^2] \quad (4)$$

ὅπου ἡ ἐντὸς τῆς τελευταίας παρενθέσεως ποσότης λαμβάνεται πάντοτε κατ' ἀπόλυτον τιμὴν.

Ἡ τιμὴ τοῦ συντελεστοῦ f , κατὰ τὴν μόρφωσιν τοῦ τελευταίου ὄρου τῆς σχέσεως (4), και δι' ἀποτόμους μεταβολὰς τῆς ὕψους διατομῆς, λαμβάνεται ἴση πρὸς 0,5. Δι' ὀμαλὰς ἀυξήσεις τῆς διατομῆς, $f = 0,2$ και $f = 0,1$ δι' ὀμαλὰς ἐλαττώσεις ⁽¹⁾.

Ἀντικαθιστώντες τὴν τιμὴν h_u^f (4) εἰς τὴν ἐξίσωσιν (1) λαμβάνομεν

$$z_1 + t_1 + \frac{c_1^2}{2g} = z_2 + t_2 + \frac{c_2^2}{2g} + 0,5 (s_1 + s_2) l + 0,051 f [c_1^2 - c_2^2] \quad (5)$$

$$\eta z_1 + t_1 + \frac{c_1^2}{2g} - 0,5 s_1 l = z_2 + t_2 + \frac{c_2^2}{2g} + 0,5 s_2 l + 0,051 f [c_1^2 - c_2^2] \quad (6)$$

Οὕτω διὰ δεδομένην παροχὴν Q και ὀρισμένον συντελεστὴν τριβῆς n , ἐκ τοῦ τύπου τοῦ Manning ἔχομεν:

$$z_1 + t_1 + \frac{Q^2}{2g F_1^2} - 0,5 l \frac{n^2 Q^2}{F_1^2 R_1^{4/3}} = z_2 + t_2 + \frac{Q^2}{2g F_2^2} + 0,5 l \frac{n^2 Q^2}{F_2^2 R_2^{4/3}} + 0,051 f [c_1^2 - c_2^2] \quad (7)$$

ὅπου F_1 και F_2 αἱ ἀντίστοιχοι διατομαὶ εἰς τὰς θέσεις 1 και 2.

Ἡ σχέσις (7) δύναται νὰ γραφῆ

$$z_1 + t_1 + H_K = z_2 + t_2 + H_A + 0,051 f [c_1^2 - c_2^2] \quad (8)$$

ὅπου

$$H_K = \frac{Q^2}{2g F_1^2} - 0,5 l \frac{n^2 Q^2}{F_1^2 R_1^{4/3}} = 0,5 \frac{Q^2}{F_1^2} \left[0,1018 - \frac{n^2 l_{1-2}}{R_1^{4/3}} \right] \text{ και ἀντιστοίχως}$$

$$H_A = \frac{Q^2}{2g F_2^2} + 0,5 l \frac{n^2 Q^2}{F_2^2 R_2^{4/3}} = 0,5 \frac{Q^2}{F_2^2} \left[0,1018 + \frac{n^2 l_{2-1}}{R_2^{4/3}} \right]$$

Διὰ δεδομένην παροχὴν Q , γνωστὸν συντελεστὴν τριβῆς n , και ὀρισμένην ἀπόστασιν μεταξύ τῶν διατομῶν l , αἱ τιμαὶ τῶν ὄρων H_K και H_A εἶναι συναρτήσεως τῆς στάθμης ροῆς, καθ' ὅσον αἱ τιμαὶ F_1 και R_1 διὰ διατομὴν τάφρου, γνωστοῦ σχήματος και μέσης κατὰ μήκος κλίσεως εἶναι συναρτήσεως τοῦ t_1 .

Ὅσον ἀφορᾷ εἰς τὸν συντελεστὴν τριβῆς n , διὰ φυσικὰ ρεύματα γνωστῆς διατομῆς—ἐπι τῆ προϋποθέσει ὅτι ἔχουν ληφθῆ πυκναὶ διατομαὶ—οὗτος πρέπει νὰ ὑπολογίζεται ὡς ἄθροισμα τοῦ συντελεστοῦ τριβῆς διὰ τὴν κοίτην n_b και τοῦ συντελεστοῦ τριβῆς πρανῶν n_w ⁽¹⁾. Τοῦ n_w ἐξαχθέντος κατόπιν παρατηρήσεων, ὁ συντελεστὴς n_b :

$$n_b = s^{0.5} \left[1 - \frac{n_w^{1.5} \cdot c^{1.5}}{2 s^2 b} \right]^{0.67} \cdot c^{-1} \quad (9)$$

και ἡ παροχὴ Q λαμβάνεται ὡς ἄθροισμα τῶν Q_b και Q_w .

Εἰς τὴν περίπτωσιν, κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ τάφρος ἔχει κανονικὴν διατομὴν, ἔχομεν

Δι' ὀρθογωνικὴν διατομὴν

$$\frac{H_K}{H_A} = \frac{Q^2}{2b^2 h^2} \left[0,1018 \mp \frac{n^2 l (b + 2t)^{4/3}}{b^{4/3} t^{4/3}} \right]$$

Διὰ τραπεζοειδῆ

$$\frac{H_K}{H_A} = \frac{Q^2}{2(b+mt)^2 t^2} \left[0,1018 \mp \frac{n^2 l (b + 2t + \sqrt{1+m^2})^{4/3}}{(b+mt)^{4/3} t^{4/3}} \right]$$

Διὰ παραβολοειδῆ

$$\frac{H_K}{H_A} = 1,126 \frac{Q^2}{b^2 t^2} \left[0,1018 \mp \frac{2,11 n^2 l (b^2 + 2,665 t^2)^{4/3}}{b^{4/3} t^{4/3}} \right]$$

Και ἐὰν ὁ λόγος $\frac{t}{b}$ εἶναι πολὺ μικρὸς, τότε

$$\frac{H_K}{H_A} = 1,126 \frac{Q^2}{b^2 t^2} \left[0,1018 \mp \frac{2,11 n^2 l}{t^{4/3}} \right]$$

Και διὰ τριγωνικὴν

$$\frac{H_K}{H_A} = \frac{Q^2}{2t^4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \left[0,1018 \mp \frac{n^2 l}{\left(0,5 t \sin \frac{\alpha}{2} \right)^{4/3}} \right]$$

Ἐάν ὅμως πρόκειται περὶ φυσικοῦ ρεύματος ἀκανονιστοῦ διατομῆς, τοῦ ὁποίου γνωρίζομεν χαρακτηριστικὰς διατομὰς, ληφθεῖσας ἀνά l_i ἀστάσεις μεταξύ των, και γνωρίζομεν ἐπίσης τὸν μέσον συντελεστὴν n , τότε αἱ τιμαὶ τῶν F_1 και R_1 δύνανται νὰ ὑπολογισθοῦν γραφικῶς, ὅτε ἡ ἐξίσωσις (8) ὑπολογίζεται εὐκόλως διὰ δύο διαδοχικὰς διατομὰς.

III. Γραφικὴ λύσις τῆς ἐξισώσεως (8)

Δι' ἐκάστην ἐκλεγείσαν διατομὴν τοῦ φυσικοῦ ρεύματος, προσδιορίζομεν τὰς τιμὰς τῶν F_1 και R_1 , διὰ μεταβλητὸν βάθος ροῆς. Διὰ τέσσαρα βάθη τοῦλάχιστον, μεταξύ τῶν ὁποίων ἀναμένομεν νὰ εὑρομεν τὴν πραγματικὴν στάθμην ροῆς, ὑπολογίζομεν τὰς τιμὰς τῶν F_1 και R_1 . Τὸ ἐκάστοτε ζητούμενον z_1 ὑπολογίζεται ὡς:

$$z_1 = \eta H + \Sigma (S_i l_i)$$

¹⁾ U. S. Corps of Engineers, Engineering Manual for Civil Works, Part CXIV Capt. 9/1952, Pargr. 9-06.

¹⁾ Sir Claude Inglis, «Channel Roughness», Bombay 1928.

οτε δια τας εκλεγείσας στάθμας ροής i_1 προσδιορίζομεν τας αντίστοιχους τιμάς των όρων $\frac{c_1^2}{2g}$ και s_1 , δια τας δεδομένας τιμάς των Q και n .

Ακολουθως εύρισκομεν τας τιμάς των H_K και H_A , δι' εκάστην διατομήν και δι' εκαστον βάθος ροής.

Δι' εκάστην διατομήν χαράσσομεν τας καμπύλας $I = z_1 + i_1 + H_K$ και $II = z_1 + i_1 + H_A$, εις σύστημα άξόνων $I - (z_1 + i_1)$ και $II - (z_1 + i_1)$, του άξονος των $(z_1 + i_1)$ όντος κοινοῦ και δια τος δύο καμπύλας.

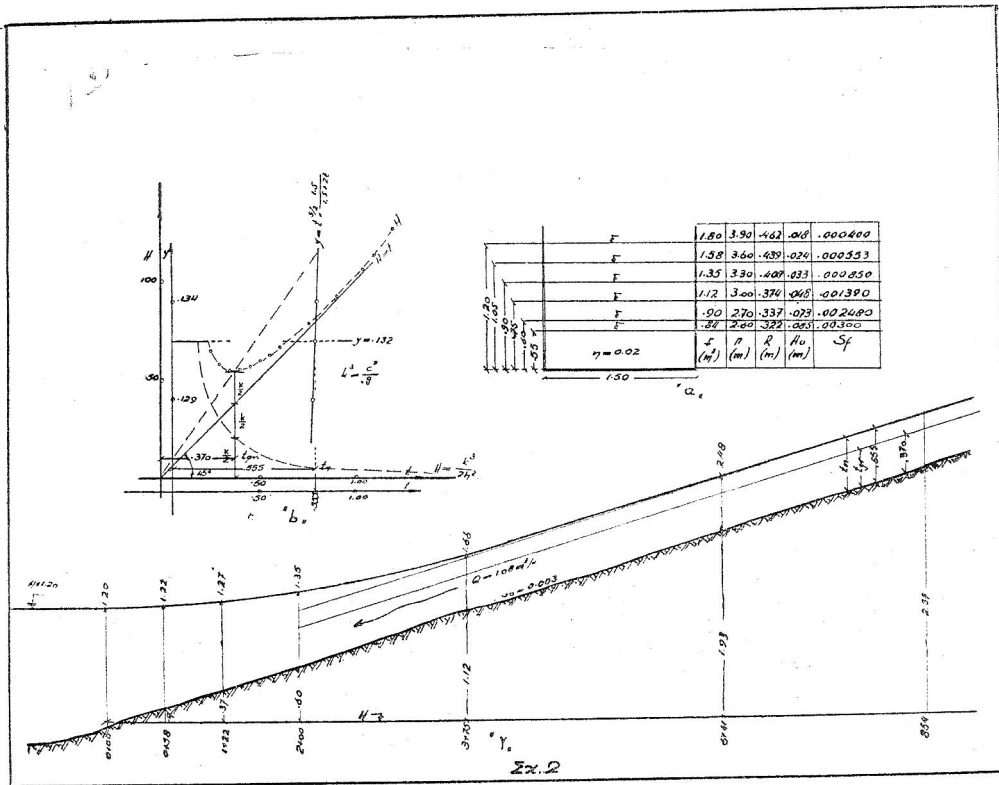
Δια βάθος ροής μεγαλύτερον του κρισίμου, ο ύπολογισμός αναπτύσσεται προς τὰ άνάντη.

Εκκινούντες εκ γνωστής στάθμης ροής $(z_1 + i_1)$, δεδομένης διατομής, υπολογίζομεν την τιμήν του όρου $(II = z_1 + i_1 + H_A)$ εκ τής καμπύλης τής διατομής αυτής και δια τὸ βάθος i_1 (1).

κας διατομάς ως εάν ο όρος $0,051f (c_1^2 - c_2^2)$ συμπεριλαμβάνεται εις την τιμήν του n . Ακολουθως προσδιορίζομεν τας τιμάς του $0,051f c_1^2$, δια την εύρεθεισαν στάθμην ροής, εκ καμπυλών όμοίων προς τας I και II , χαραχθεισών εκ των προτέρων.

Η οῦτω προσδιορισθείσα διαφορά προστίθεται εις τον όρον $(z_1 + i_1 + H_A)$ δια την εις τὰ άνάντη διατομήν. Μεταφέρομεν την διορθωθείσαν τιμήν $(z_1 + i_1 + H_A)$ εις την καμπύλην $(z_2 + i_2 + H_K)$ την εις τὰ άνάντη διατομήν, εκ τής οποίας λαμβάνομεν την διορθωθείσαν στάθμην ροής.

Η διορθώσις τής επιφανείας ροής εις εντόνωσ καμπύλα τμήματα ρεύματος, η εις περιοχάς όπου παρεμβάλλονται εμπόδια, ως μεσόβαθρα, ύπερυψώσεις άπότομοι του πυθμένος κ. ά., επιτυγχάνεται δια τής καταλλήλου εκλογής του συντελεστοῦ f , δια την εκάστοτε ὑπ' όφιν διατομήν.



Εάν θεωρήσωμεν τον όρον $0,051f (c_1^2 - c_2^2)$ συμπεριληφθέντα εις την τιμήν του n , είναι προφανές ότι η τιμή του $II = z_1 + i_1 + H_A$ δια την επομένη διατομήν θα ίσοῦται με την τιμήν του όρου $I = z_2 + i_2 + H_K$. Εισάγοντες, λοιπόν, την τιμήν ταύτην εις την καμπύλην $(I = z_2 + i_2 + H_K)$ δια την εις τὰ άνάντη επομένην διατομήν εύρισκομεν άπ' ευθείας επί του κοινοῦ άξονος των $z_1 + i_1$ την στάθμην ροής δια την διατομήν ταύτην. Επαναλαμβάνοντας την αυτήν μέθοδον, προσδιορίζομεν τας στάθμας ροής των ύπολοίπων εκλεγεισών διατομών.

Εάν τὸ βάθος ροής είναι μικρότερον του κρισίμου, η ακολουθουμένη μέθοδος είναι άκριβώς η αυτή, με την διαφοράν ότι, ο ύπολογισμός αναπτύσσεται προς τὰ κατάντη.

Εάν αι άπώλειαι S_d και S_c ληφθοῦν ὑπ' όφιν ως ποσοστά τής μεταβολής τής κινητικῆς ενεργείας, τότε η προαναφερθείσα μέθοδος τροποποιείται ως άκολουθως: Προσδιορίζομεν τας στάθμας ροής δια δύο διαδοχι-

εις την περιπτωσιν, κατὰ την όποιαν ὑπελογίσθησαν αι τιμαί των όρων H_{K1} και H_{A1} δια μίαν παροχήν $Q = Q_1$, είναι προφανές ότι δια παροχήν $Q = Q_2$ αι αντίστοιχοι τιμαί των H_{K2} και H_{A2} θα είναι

$$H_{K2} = H_{K1} \left(\frac{Q_2}{Q_1} \right)^2 \text{ και } H_{A2} = H_{A1} \left(\frac{Q_2}{Q_1} \right)^2$$

Προς πληρεστέραν κατανόησιν τής εξεταζομένης μεθόδου, παραθέτομεν τρεις εφαρμογάς, καλυπτούσας πᾶσαν ένδιαφέρουσαν περιπτωσιν ύπολογισμοῦ τής στάθμης ροής εις φυσικά ρεύματα.

Εις τας άνωτέρω ὑποθέσεις εθεωρήσαμεν τον συντελεστήν n σταθερόν.

Πάντως, όμως, η άρχή τής προτεινομένης μεθόδου δεν θα ήλλασσεν, εάν ήκολουθούσαμεν την άκριβή μέθοδον προσδιορισμοῦ του συντελεστοῦ n .

IV. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

« A »

Εις δώρυγα όρθογωνικῆς διατομής, πλάτους 1.50 μ., επενδεδυμένης δια σμεντοκονίας, παροχής $1.08 M^3/s$, η

(1) A. Ezra. Proceedigs A.S.C.E. Vol 79 March 1953. J. Stevens. Discussion S. No 96 1952.

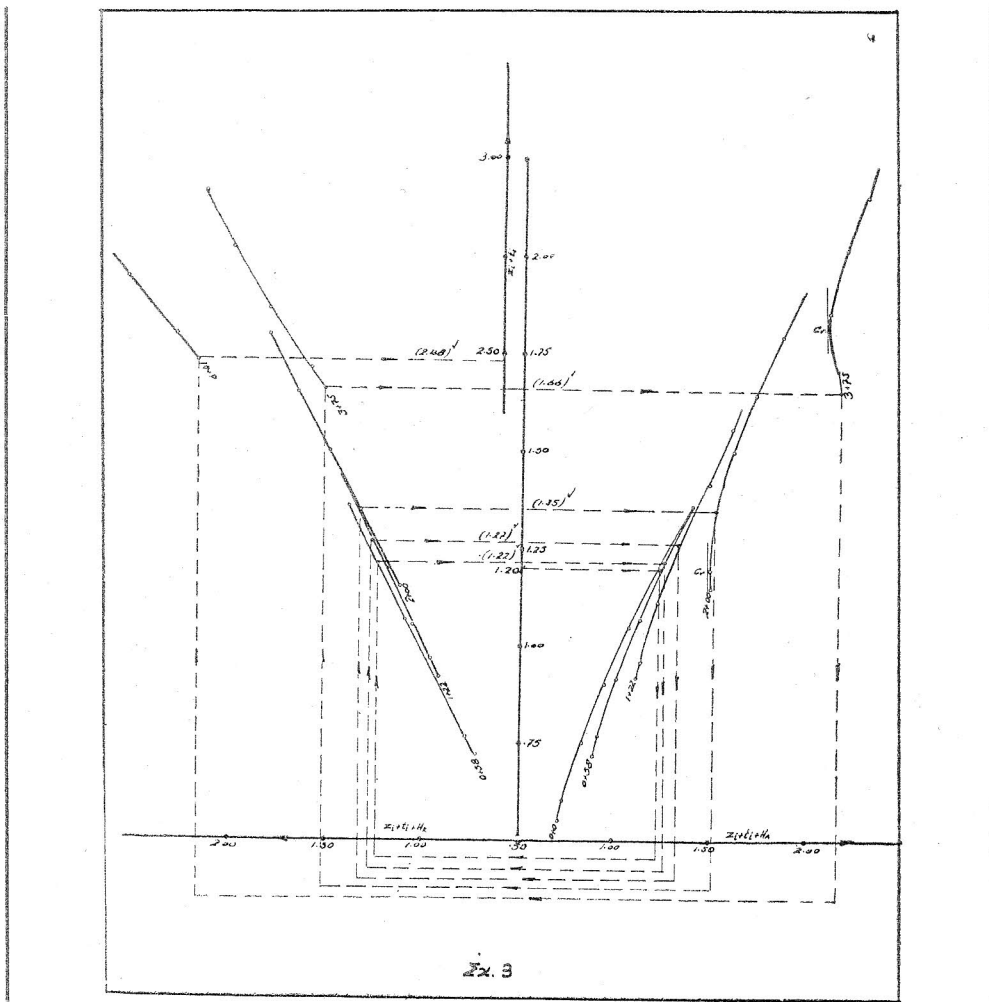
κατά μήκος κλίσης είναι 0,003. Ή εν λόγω διάφορξ εισέρχει εις δεξαμενήν σταθεράς Α.Σ. οΗ + 1,50 μ. Ζητούνται: α) ποία ή μορφή, και β) τὰ στοιχεία τῆς δημιουργηθησομένης ἐλευθέρως ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος, μέχρις ἀποστάσεως 850 μ. ἀπὸ τοῦ σημείου εἰσόδου, ἐάν ὁ συντελεστῆς τραχύτητος τῆς διώρυγος εἶναι 0,02. (1)

Ἐν πρώτοις ἐξετάζομεν τὴν μορφήν τῆς καμπύλης

Διὰ τὰ δεδομένα τοῦ προβλήματος, $\frac{Fn}{2b} = 0,28$ καὶ

$$\frac{C_n^2}{2g} = 0,082.$$

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω εἶναι προφανές, ὅτι ἡ καμπύλη τῆς



τῆς ἐλευθέρως ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος, διὰ τὰ δεδομένα τοῦ προβλήματος.

Ἐάν $t_n > t_{gr}$, τότε εἶναι δυνατόν νὰ ἔχομεν καμπύλην ὑπερυψώσεως, ἢ καταπτώσεως. Ἐάν ὁμως $t_n < t_{gr}$ τότε ἔχομεν ὀρθοδύοτε καμπύλην ὑπερυψώσεως, περιέχουσαν ὁμως σημείον ἀσυνεχείας, προκαλούμενον προφανῶς ἀπὸ ὑδραυλικὸν πῆδημα.

Εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσιν εὐρέθη, κατὰ τὰ γνωστά, ὅτι, $t_n > t_{gr}$ καθ' ὅσον $t_n = 0,555$ μ. καὶ $t_{gr} = 0,370$ (Σχ. 2b).

Τὸ αὐτὸ θὰ εὐρίσκετο καὶ ἐκ τῆς σχέσεως $\frac{Fn}{2b} >$

$\frac{C_n^2}{2g}$, ὅτε θὰ ἔχομεν ἀντιστοίχως $t_n > t_{gr}$

1) Τὰ ἀνωτέρω στοιχεία ἐλήφθησαν ἐκ τοῦ προβλήματος, τὸ ὁποῖον ἐπεξεργάσθησαν οἱ J. C. Steevens καὶ A. G. Husted διὰ τῆς προταθείσης ὑπὸ τοῦ δευτέρου προσεγγιστικῆς μεθόδου. Proceedings ASCE Sept. No. D-96 Jul. 1952.

ἐλευθέρως ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος, διὰ τὸ πρόβλημά μας, θὰ εἶναι συνεχῆς, καὶ ὅτι, ἐφ' ὅσον κινούμεθα ἀνάτη τοῦ σημείου εἰσροῆς, τὰ βάθη ροῆς ἐλαττοῦνται ἀπὸ 1,50 ἕως 0,555 καὶ ἔχομεν μορφήν καμπύλης ὑπερυψώσεως.

Ἀκολουθῶν ὁ ὑπολογισμὸς γίνεται ὡς ἑξῆς:

Ἐκλέγομεν τὰς διατομὰς 0+00, 0+58, 1+22, 2+00, 3+75, καὶ 6+41 καὶ ὑπολογίζομεν τὰ ὑδραυλικά στοιχεία τῆς διατομῆς (Σχ. 2a) διὰ στάθμας ροῆς ἀνά 0,15 μ.

Συντάσσομεν τὸν πίνακα Ια καὶ ΙΙα, ἐκ τῶν ὁποίων λαμβάνομεν τὰς τιμὰς τῶν ὄρων ($I = z_1 + t_1 H_K$) καὶ ($II = z_1 + t_1 + H_A$) συναρτήσας τῶν ($z_1 + t_1$) καὶ χαράσσομεν τὰς ἀντιστοίχους καμπύλας. (Σχ. 3).

Ἐκκινούμεντες ἐκ τῆς διατομῆς 0+00 μὲ βάθος ροῆς H + 120 εὐρίσκομεν διὰ τὴν διατομὴν 0+58 στάθμην ροῆς H + 122, ἥτοι βάθος ροῆς 1,05. Συνεχίζοντες, προσδιορίζομεν ὁμοίως τὰ βάθη ροῆς τῶν εἰς τὰ ἀνάτην ληφθεῖσῶν διατομῶν. (Σχ. 2γ).

Ἐνταῦθα παρατηροῦμεν, ὅτι οἱ J. C. Steevens—A. G. Husted προσδιορίζουν διὰ τῆς μεθόδου τῶν τὰς ἀποστάσεις τῶν διατομῶν ἀπὸ τῆς ἀρχῆς—τὰς ὁποίας ἀποστάσεις ἡμεῖς ἐδέχθημεν ἀρχικῶς γνωστάς—διὰ βάθη

ροής αυτά τα όποια ήμεις ανεύρομεν εκ τής λύσεως του αντίστροφου του προβλήματος.

*Ητοι αί δύο μέθοδοι, αν και αντίστροφοι, δίδουσιν άκριβώς τά αυτά άποτελέσματα και με την αυτήν άκρι-

Αί στάθμαι ροής αί αντίστοιχοσαι εις τό σημειον Α των καμπυλών των διατομών 2+00 και 3+75 (Σχ. 3) δίδουν την κρίσιμον στάθμην ροής. (1)

ΠΙΝΑΞ Ια.

t _i	F	Π	R	c	0,051c ²	S
m	m ²	m	m	m/II		
1.20	1.80	3.90	.463	.60	.0183	.000400
1.05	1.58	3.60	.439	.68	.0236	.000553
.90	1.35	3.30	.408	.80	.0326	.000850
.75	1.12	3.00	.374	.97	.0480	.001390
.60	.90	2.70	.334	1.20	.0730	.002480
.55	.84	2.60	.332	1.29	.0850	.003.00

ΠΙΝΑΞ ΙΙα.

t m.	F m ² .	Π m.	R m.	c m/II	0,051c ²	S
.50	10	21	.476	6.50	2.16	.01640
1.00	20	22	.910	3.25	.54	.00173
2.00	40	24	1.67	1.62	.134	.00013
3.00	60	26	2.31	1.07	.058	.000054

ΠΙΝΑΞ Ιβ.

	z+t	0,5S _K	0,5S _A	H _K	H _A	I	II
0+00	.55		.086		.171		.720
	.60		.072		.145		.745
	.75		.040		.073		.823
	.90		.025		.058		.950
	1.05		.016		.040		1.090
	1.20		.011		.030		1.230
0+58	.72	.086	.096	- .0010	.181	.72	.90
	.77	.072	.079	+ .0010	.152	.77	.92
	.92	.041	.045	+ .0070	.093	.93	1.01
	1.07	.025	.027	+ .0076	.060	1.08	1.13
	1.22	.016	.018	+ .0076	.042	1.83	1.26
	1.37	.011	.012	+ .0074	.030	1.38	1.40
1+22	.92	.096	.117	- .0110	.202	.91	1.12
	.97	.079	.096	- .0060	.170	.96	1.14
	1.12	.045	.055	+ .0030	.103	1.12	1.22
	1.27	.027	.033	+ .0050	.066	1.28	1.34
	1.47	.018	.021	+ .0050	.045	1.43	1.52
	1.57	.012	.015	+ .0030	.033	1.57	1.60
2+00	1.15	.117	.262	- .0320	.352	1.12	1.50
	1.20	.096	.217	- .0330	.290	1.18	1.49
	1.35	.055	.124	- .0070	.172	1.34	1.52
	1.50	.033	.075	- .0010	.108	1.49	1.62
	1.65	.022	.049	+ .0020	.073	1.65	1.72
	1.80	.015	.035	+ .0030	.053	1.80	1.85
3+75	1.67	.262	.400	- .1770	.485	1.50	2.16
	1.72	.217	.330	- .1440	.403	1.58	2.15
	1.87	.124	.186	- .076	.216	1.80	2.09
	2.02	.075	.115	- .062	.148	1.98	2.17
	2.17	.049	.074	- .025	.098	2.14	2.27
	2.33	.035	.0450	- .017	.063	2.30	2.38
0+41	2.48	.400		- .315		2.17	
	2.53	.380		- .257		2.28	
	2.68	.186		- .138		2.54	
	2.83	.115		- .082		2.75	
	2.98	.079		- .050		2.92	
	3.13	.045		- .022		3.11	

ΠΙΝΑΞ ΙΙβ.

	z+t	0,5S _K	0,5S _A	H _K	H _A	I	II
0+00	.50	.821	.820	1.34	2.980	1.840	3.480
	1.00	.087	.087	.453	.627	1.4553	1.627
	2.00	.0095	.0095	.125	.143	2.125	2.143
	3.00	.0003	.0003	.057	.058	3.057	3.058

ΠΙΝΑΞ ΙΙΙ α

	t	F	Π	R	c	0,05c ²	s	R ⁴ / _B	z+t
0	2.00	15.50	12.70	1.22	3.87	0.765	0.00342	1.30	2.00
	2.50	21.75	14.10	1.54	2.76	0.388	0.00312	1.78	2.50
	3.00	28.15	15.20	1.83	2.11	0.228	0.00143	2.28	3.00
	3.50	34.65	16.30	2.13	1.73	0.153	0.00080	2.73	3.40
	4.00	41.25	17.40	2.37	1.45	0.107	0.000485	3.16	4.00
	4.50	48.00	18.40	2.60	1.25	0.08	0.000319	3.58	4.50
0+60	2.00	12.20	10.65	1.14	4.90	1.225	0.01470	1.19	2.30
	2.50	17.00	12.65	1.34	3.53	0.635	0.0062	1.47	2.80
	3.00	22.60	14.40	1.57	2.65	0.358	0.0028	1.83	3.30
	3.50	28.85	16.00	1.77	2.10	0.225	0.0015	2.14	3.80
	4.00	35.35	17.00	2.08	1.70	0.147	0.000795	2.65	4.30
	4.50	41.85	18.00	2.32	1.43	0.104	0.000487	3.06	4.80
1+40	2.00	17.00	12.00	1.42	3.52	0.632	0.0057	1.59	2.70
	2.50	22.75	13.40	1.70	2.64	0.356	0.00252	2.02	3.20
	3.00	29.00	14.90	1.94	2.07	0.219	0.00128	2.42	3.70
	3.50	35.50	15.90	2.23	1.71	0.149	0.000735	2.91	4.20
	4.00	42.00	16.90	2.48	1.43	0.104	0.000445	3.35	4.70
	4.50	48.50	17.90	2.71	1.24	0.078	0.000300	3.76	5.20
2+40	2.00	17.00	12.65	1.34	3.52	0.634	0.0061	1.47	3.20
	2.50	23.00	14.00	1.64	2.60	0.345	0.00255	1.94	3.70
	3.00	29.50	15.40	1.91	2.03	0.210	0.00127	2.37	4.20
	3.50	36.40	16.60	2.19	1.65	0.139	0.00070	2.84	4.70
	4.00	43.40	17.60	2.46	1.38	0.097	0.00042	3.31	5.20
	4.50	50.40	18.60	2.70	1.19	0.072	0.000276	3.75	5.70
400	2.00	18.30	12.60	1.45	3.27	0.545	0.00476	1.64	4.00
	2.50	24.80	13.85	1.79	2.42	0.293	0.00197	2.17	4.50
	3.00	31.50	15.00	2.10	1.90	0.184	0.00098	2.69	5.00
	3.50	38.25	16.00	2.39	1.57	0.126	0.000562	3.20	5.50
	4.00	45.00	17.00	2.64	1.33	0.090	0.000356	3.63	6.00
	4.50	51.75	18.00	2.87	1.16	0.069	0.000242	4.07	6.50

I = z_i + t_i + H_K K=Κατάντη

II = z_i + t_i + H_A A=άναντη

βειαν. (Πίνακες IV).

Τελικώς τό σχήμα 2γ δίδει την τελικήν μορφήν της ελευθέρας επιφανείας ροής, διά τό πρόβλημά μας.

1) «Anordningar för effektiv energiomvandling vid föten av överfalldammar» Lindquist, Stokholm 1937, Kap. III pp. 97.

ΠΙΝΑΞ III 6.

« Β »

	z+t	0,5S _K	0,5S _A	H _K	H _A	I	II
0+0	2.00		0,2526		1,017		3,017
	2.50		0,0936		0,48		2,98
	3.00		0,043		0,271		3,27
	3.50		0,024		0,177		3,67
	4.00		0,0145		0,121		4,12
	4.50		0,0095		0,089		4,59
0+60	2.30	0,441	0,590	0,784	1,815	3,08	4,11
	2.80	0,186	0,248	0,449	0,877	3,25	3,68
	3.30	0,084	0,112	0,274	0,470	3,57	3,77
	3.80	0,045	0,060	0,180	0,285	3,98	4,08
	4.30	0,0238	0,0318	0,123	0,179	4,42	4,48
	4.80	0,0147	0,019	0,090	0,123	4,89	4,92
1+40	2.70	0,228	0,275	0,404	0,907	3,10	3,61
	3.20	0,100	0,126	0,262	0,462	3,46	3,662
	3.70	0,051	0,064	0,163	0,283	3,86	3,98
	4.20	0,03	0,037	0,119	0,186	4,32	4,39
	4.70	0,018	0,020	0,084	0,124	4,78	4,82
	5.20	0,012	0,015	0,066	0,093	5,26	5,29
2+40	3.20	0,305	0,49	0,330	1,124	3,53	4,32
	3.70	0,127	0,202	0,220	0,547	3,92	4,25
	4.20	0,0635	0,102	0,147	0,312	4,35	4,51
	4.70	0,035	0,056	0,100	0,195	4,30	4,90
	5.20	0,021	0,034	0,075	0,13	5,27	5,33
	5.70	0,013	0,022	0,06	0,094	5,76	5,79
4.00	4.00	0,380		0,165		4,16	
	4.50	0,158		0,135		4,63	
	5.00	0,078		0,110		5,11	
	5.50	0,045		0,09		5,58	
	6.00	0,029		0,06		6,06	
	6.50	0,095		0,05		6,55	

Διώρυγος ορθογωνικής διατομής το πλάτος είναι 20 μ. και η κλίσις του πυθμένου είναι 0.002, ή δε παροχή μετρηθείσα εύρεθη 65 M³/". Η εν λόγω διώρυξη εισέρχεται εις λίμνην σταθεράς μέσης στάθμης H + 1.50. Ποία ή μορφή και τα στοιχεία της ελευθέρας επιφανείας του ρέοντος εντός της τάφρου ύδατος εάν n=0.012;

Κατ' αρχήν εκ του (Σχ. 4a) έχομεν ότι tgr > tn, και ως εκ τούτου ή καμπύλη θα περιεχη υδραυλικόν αφήθημα, εκατέρωθεν του οποίου θα έχωμεν εις τα άνάντη τούτου μεν ροήν με σταθερόν βάθος και ίσον με h=0.59, εις τα κατάντη δε καμπύλην υπερυψώσεως, αυξανόμενου του βάθους ροής από 0.59 μ. έως 1.50 μ.

Υπολογίζοντες τα υδραυλικά στοιχεία της διατομής διά βάθος ροής 0.50, 1.00, 2.00 και 3.00 λαμβάνομεν τον (Πίνακα IIa).

Ακολουθώς εκλέγομεν διατομάς από της αρχής ανά 100 μ. και υπολογίζομεν τας τιμάς των συναρτήσεων I και II διά την στάση 0+00 (Πίναξ IIβ).

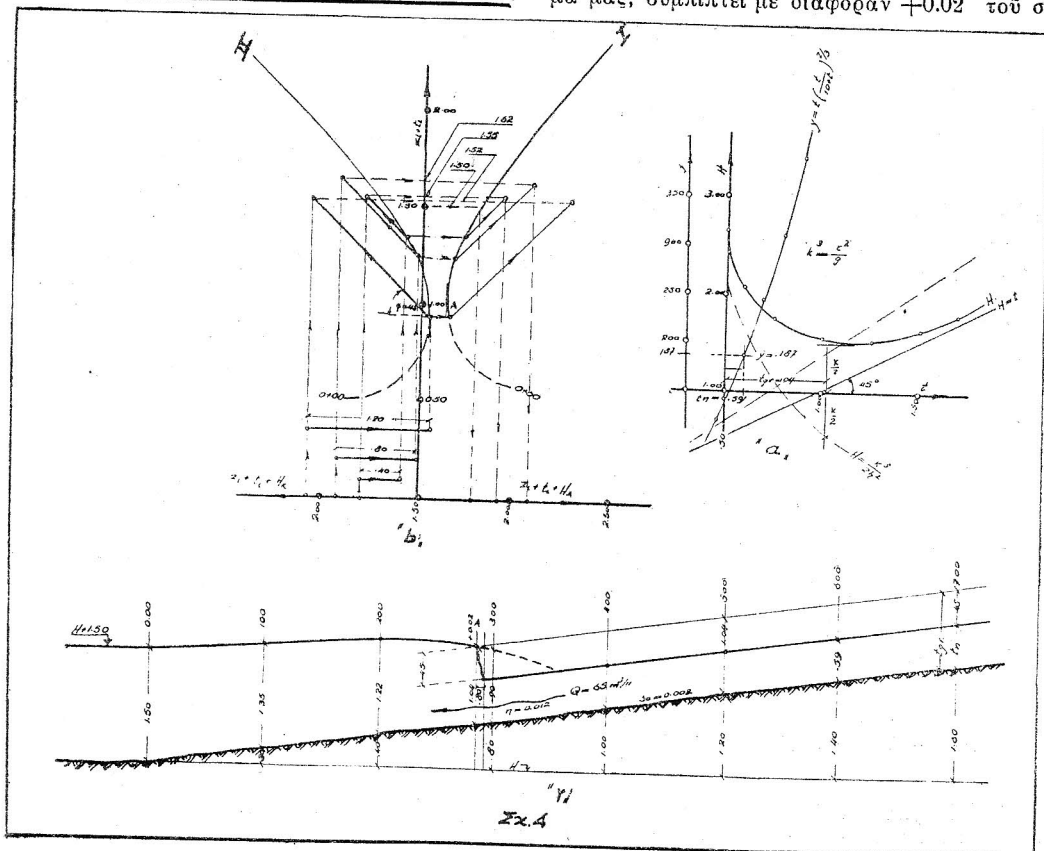
Εφ' όσον αι αποστάσεις μεταξύ των διατομών είναι ίσαι και ή κλίσις S₀ σταθερά, αι καμπύλαι I και II διαίσαπεχούσας διατομάς εις τα άνάντη της 0+00 δύναται να ληφθώσι διά παραλλήλων μεταθέσεως κατά 45° και εις απόστασιιν 565 μ. κ. λμ. από της εκάστοτε προηγούμενης. Ητοι διά σταθεράν διατομήν, σταθεράν έγκαρσίαν κλίσιν και ίσαπεχούσας στάσεις δυνάμεθα να εργασθώμεν με τας δύο μόνον αρχικάς καμπύλας I και II διά την διατομήν 0+00.

Ο τρόπος κατά τον όποιον έγένητο ο προσδιορισμός των καταλλήλων σημειών των καμπυλών 0 + 00, 1+00, 2+00 κλπ. φαίνεται εις τό (Σχ. 4β).

Ούτω προσδιορίζομεν τας στάθμας ροής, και συνεπώς και τα βάθη ροής, διά τας στάσεις 0+00, 1+00 και 2+00.

Πέραν τούτου δεν δυνάμεθα να εκτινώμεν τον υπολογισμόν, καθ' όσον ή θέσις A της οίκογενείας των καμπυλών 0+00 αντιστοιχεί εις την κρίσιμον στάθμην ροής, και είναι ή έλαχίστη στάθμη, εις την όποιαν δύναται να φθάση ή καμπύλη υπερυψώσεως.

Εξ άλλου, τό κρίσιμον βάθος εύρεθη ίσον με 1.02 μ. (Σχ. 4a). Τό σημείον A (Σχ. 4γ), τομή της καμπύλης υπερυψώσεως και της κρίσιμου στάθμης, εις τό πρόβλημα μας, συμπίπτει με διαφοράν +0.02 του σημείου του



Σχ. 4

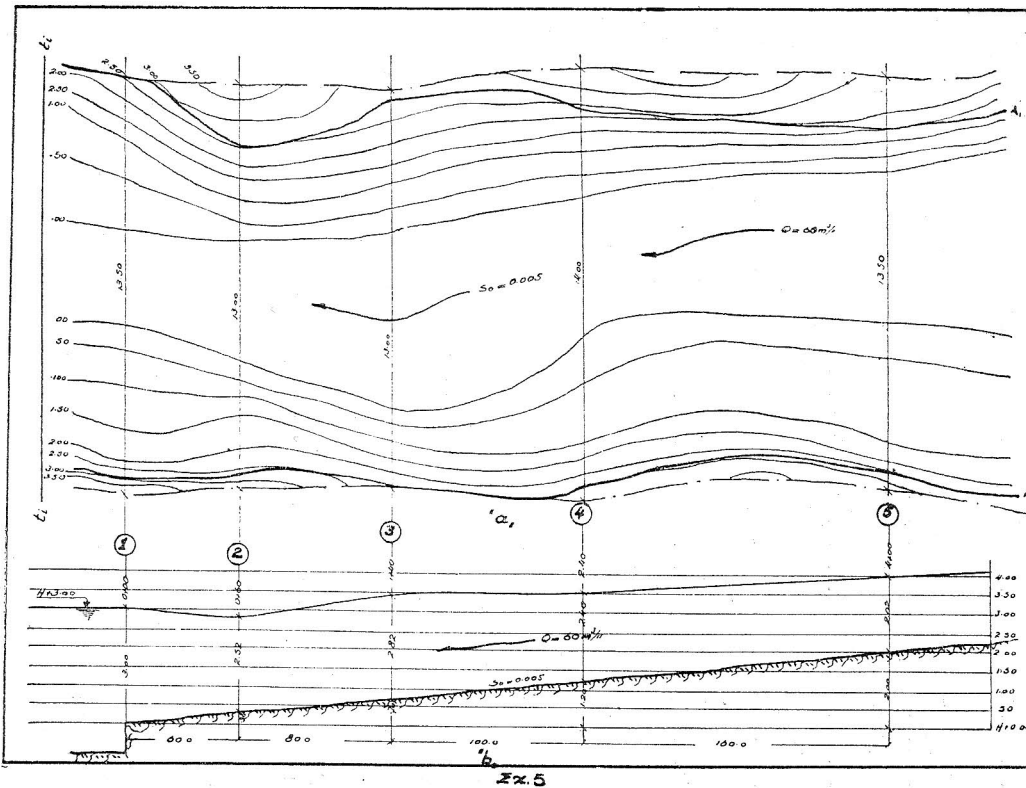


Fig. 5

πηδήματος, καθ' ὅσον ἐκ τῶν γνωστῶν μεθόδων (1) τὸ προσδιορισθὲν ὕψος τοῦ πηδήματος εὐρέθη ἴσον μὲ 1.04 μ. καὶ τὸ μήκος τούτου 0.83.

Πέραν τοῦ σημείου A (Σχ. 4γ) καὶ πρὸς τὰ ἀνάτη τούτου ἡ ροὴ θὰ διατηρῆ σταθερὸν βάθος ροῆς καὶ ἴσον μὲ $h = 0.59$.

Τὸ σχετικὸν ὕψος τοῦ πηδήματος εὐρέθη ἴσον μὲ 0.45 μ.

Εἰς τὴν πραγματικότητα ἡ καμπύλη AB (Σχ. 4γ) θὰ καταπέση κατὰ τι, εἰάν λάβωμεν ὑπ' ὄψιν τὰς ἀπωλείας τοῦ πηδήματος, καθὼς καὶ τὴν μετάθεσιν τοῦ σημείου βίου λαμβάνει χώραν τὸ πῆδημα.

«Γ»

Τμήματος ρεύματος μήκους 400 μ., δεδομένου διὰ τῆς ὀριζοντιογραφίας τοῦ (Σχ. 5α), ἡ μέση κλίσις τοῦ πυθμένου εἶναι 0.005, ἡ δὲ παροχὴ μετρηθεῖσα εὐρέθη 60 M³/".

Ἐάν τὸ ἐν λόγῳ ρεῦμα εἰσρῆ ἰς φράγμα σταθερᾶς στάθμης H+3.00, ζητοῦνται, ἡ μορφή τῆς στάθμης ροῆς καὶ ἡ κάτοψις τῆς ὀριακῆς γραμμῆς ροῆς.

Ἀρχικῶς λαμβάνομεν τὰς ἐκλεγείσας διατομὰς ἐκ τῆς ὀριζοντιογραφίας (Σχ. 6) καὶ ὑπολογίζομεν τὰ ὑδραυλικά στοιχεῖα ἐκάστης, διὰ διάφορα βάθη ροῆς (Πίναξ IIIα).

Ἀκολούθως συμπληροῦμεν τὸν πίνακα (IIIβ) λαμβάνοντες τελικῶς τὰς τιμὰς τῶν συναρτήσεων I, II.

Δι' ἐκάστην διατομὴν χαράσσομεν τὰς καμπύλας ἐνεργείας ἐν τῶν τιμῶν των $(z_1 + t_1, H_A)$, $(z_1 + t_1 + H_A)$ καὶ $(z_1 + t_1)$ ἀντιστοιχῶς. (Σχ. 7).

Τὰ σημεῖα A τοῦ (Σχ. 7) σαφῶς δηλοῦν, ὅτι αἱ ἀντιστοιχοῦσαι στάθμαι ροῆς εἶναι αἱ κρίσιμοι. Πάντως ὅμως εἰς τὸ πρόβλημά μας δὲν παρουσιάζεται πῆδημα, καθ' ὅσον οὐδαμῶς ὁ ὑπολογισμὸς μας ἐκτελεῖται μὲ σημεῖα τῶν καμπυλῶν ἐνεργείας περιέχοντα ἐνδιάμεσα χαρακτηριστικὰ σημεῖα «Α». Γενικῶς ἡ μορφή (Σχ. 5β) τῆς λαμβανομένης ἐκ τοῦ ὑπολογισμοῦ καμπύλης ἔχει στοιχεῖα «καμπύλης ὑπερυψώσεως», περὶ τὴν διατομὴν δὲ 0+60 σαφῶς παρουσιάζεται—λόγῳ τῆς στενῶ-

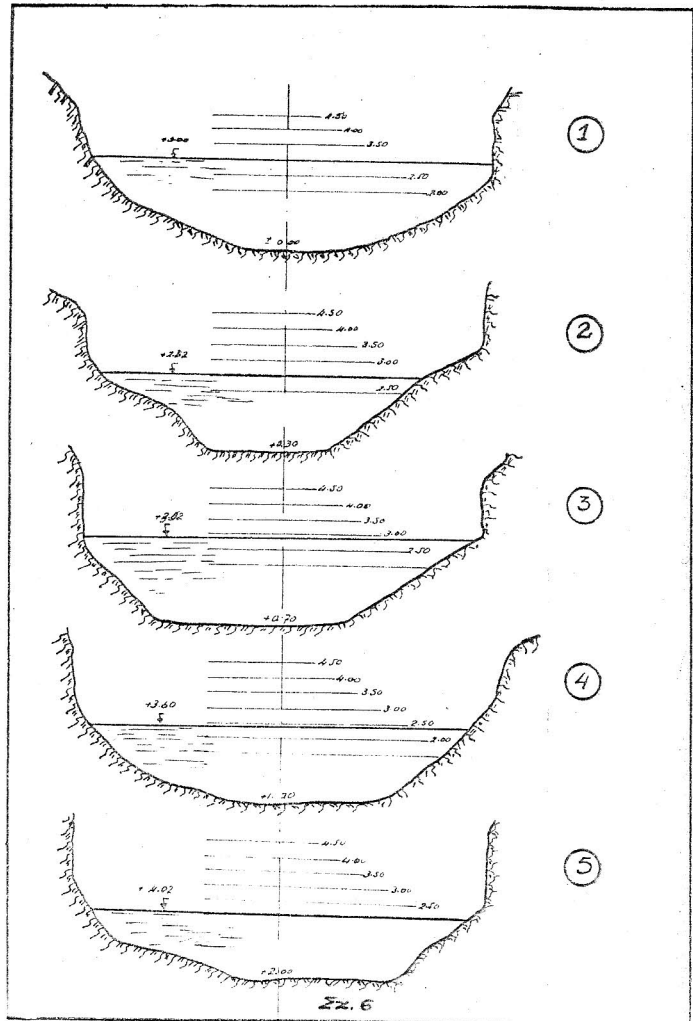


Fig. 6

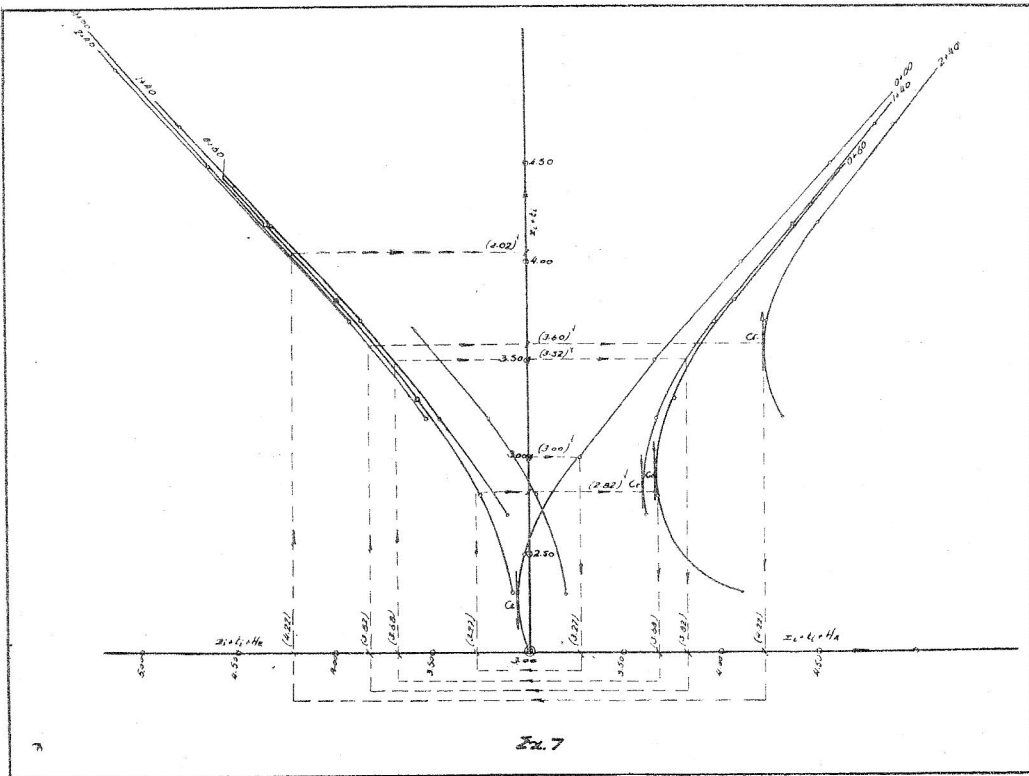
1) «The Hydraulic Jump and Critical Depth in the Design of Hydraulic Structures» Jul. Hinds. Eng. News Rec. Vol 85, pp 1034, E.C. 1920.

σεως της διατομής—τμήμα καταπτώσεως της στάθμης, άνορθούμενον βαθμιαίως, άνευ πηδήματος.

Τò αυτό πρόβλημα έλύσαμεν και διά της μεθόδου Husted (1) (Πίναξ IV), κατά την οποίαν, εάν γνωρίζωμεν τὰ στοιχεία της άρχικής διατομής, και τò βάθος ροής εις αυτήν, δυνάμεθα νά εύρωμεν την άπόστασιν, εις την οποίαν θά έχη ή έπομένη διατομή δεδομένον βάθος ροής.

μή, ό ύπολογισμός θά επανελαμβάνετο με νέας τιμές διά τὰ υδραυλικά στοιχεία της μέσης διατομής.

Εις τόν ως άνω ύπολογισμόν έζητήσαμεν, διά τὰ αυτά δεδομένα του προβλήματος (3), τὰς άποστάσεις εις τὰς οποίας έχομεν βάθη ροής οία τὰ προκύπτοντα εκ του (Σχ. 7). Ο πίναξ (IV) δίδει τὰ άποτελέσματα του ύπολογισμού.



ΠΙΝΑΞ IV.
'Υπολογισμοί κατά J. Husted.

t	F	Π	R	c	0.051c ²	H	ΔH	S	ΣS.0,5	S ₀ -ΣS _{0,5}	Δl
3.00	28.15	15.20	1.86	2.13	0.232	3.232		.00149			
2.52	16.98	12.62	1.34	3.54	.640	3.160	.072	.00614	.00381	.00119	60.40
2.82	27.00	14.40	1.87	2.22	.251	3.071	.189	.00162	.00388	.00112	79.60
2.40	22.40	13.65	1.64	2.68	.366	2.766	.305	.00250	.00206	.00304	100.20
2.02	18.30	12.30	1.432	3.28	.549	2.569	.197	.00504	.00377	.00123	160.10

Αυτή βασίζεται επί του γεγονότος, ότι ή άπόστασις μεταξύ δύο διατομών Δl ίσοῦται με

$$\Delta l = \frac{\Delta H}{S_0 - S} \text{ όπου } \Delta H = (t_2 - t_1) + 0,051 (c_2^2 - c_1^2).$$

Εις τò πρόβλημά μας έθεωρήσαμεν τò εξεταζόμενον τμήμα του ρεύματος ως αποτελούμενον εκ πέντε χαρακτηριστικών μορφών διατομής (ως αι έν τῷ Σχ. 6), ότε άφ' ενός μὲν άντι S ελάβομεν S_μ = 0.5 (S_n + S_{n+1}), και άφ' έτέρου εδέχθημεν κατά προσέγγισιν τὰ υδραυλικά στοιχεία μιας εκ των πέντε διατομών, εύρισκομένης εις άπόστασιν από της άρχής, οία περίπου προκύπτουν και εκ του ύπολογισμού. Εις την περίπτωσην, κατά την οποίαν τò άκρον του εκ του ύπολογισμού προκύπτοντος μήκους Δl θά έπιπτεν εις περιοχήν έτέρου τύπου διατο-

ΣΥΜΒΟΛΑ

- F = 'Υγρό διατομή (m²)
- t = Βάθος ροής (m)
- Π = Βροχόμενη περίμετρος (m.)
- R = F/Π = υδραυλική άκτις (m.)
- l = 'Απόστασις μεταξύ διατομών (m.)
- Q = Παροχή (m³/")
- S₀ = Κλίσις μηχοτομής πυθμένος άγωγού ‰/100-
- S = » έλευθέρως έπιφανείας ρεόντος ύδατος ‰/100-
- c = Ταχύτης ροής (μέσης) (m/")
- n = Συντελεστής τραχύτητος $n = \frac{S^{1/2} R^{2/3}}{c}$
- z = 'Υψόμετρον πυθμένος $z = H + \sum (s_i l_i)$.
- H = Στάθμη άναφοράς (m)
- (n) = Δείκτης χαρακτηρίζων ομοίμορφον ροήν.
- (gr) = Δείκτης χαρακτηρίζων κρείσιμον ροήν.
- (1)..(2).. = Δείκται χαρακτηρίζοντες στοιχεία εις τὰς διατομάς (1) (2)...

1) Eng. News Rec. Vol. 95, pp 550 1925.