ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΡΕΟΛΟΓΙΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΕΙΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΥΚΝΟΠΟΙΗΣΕΩΣ

Ὑπὸ ΝΙΚΟΛ. Ν. ΑΜΒΡΑΖΗ, Ἀγρ. Τοπ. Μηχαν.
Ε. Μ. Π. Δρος Πολιτ. Μηχαν. Πανεπ. Λονδίνου.

Ἐδάφη, ὑποκείμενα εἰς φόρτισιν, ἐμφανίζουν χαρακτηριστικὰ ἀφ' ἑνὸς μὲν μὴ γραμμικῆς παραμορφώσεως, ἀφ' ἑτέρου δὲ ὑστερήσεως καὶ ἑρπυσμοῦ. Τὰ χαρακτηριστικὰ ταῦτα, τόσον δι' ὑλικὰ τῶν ὁποίων αἱ τάσεις εἶναι ἐνεργοὶ ὅσον καὶ δι' ὑλικὰ τῶν ὁποίων αἱ τάσεις πόρων ἤθελον ἀναπτυχθῇ κατὰ τὴν διάρκειαν φορτίσεως, δὲν δύνανται πάντοτε νὰ ἑρμηνευθῶσι διὰ μαθηματικῶν νόμων.

Ἡ ἁπλουστέρα τῶν περιπτώσεων ἐμφανίζεται ὅταν τὸ ἔδαφος εἶναι κεκορεσμένον ὕδατος. Οἱαδήποτε μεταβολὴ τοῦ ὄγκου τοῦ ἐδάφους θὰ προϋπέθετε τὴν ἀπορροὴν ὕδατος ἐκ τῶν πόρων του καὶ ὁ νόμος τοῦ Darcy ἤθελεν ἰσχύσει. Ἐξ ἄλλου, ἐὰν ὑποθέσωμεν τὸ ὕδωρ τῶν πόρων ἀσυμπίεστον, οὐδεμία ποσότης ἐνεργείας δύναται νὰ συσσωρευθῇ ἐντὸς τούτου.

Ἡ συμπεριφορὰ κεκορεσμένων ἐδαφῶν εἰς στατικὰ φορτία, καὶ ἡ ἐκ τούτων προκαλουμένη πυκνοποίησις, ἀπὸ ἐτῶν εὑρίσκεται εἰς προκεχωρημένον στάδιον ἐρεύνης. Σημαντικὰ στοιχεῖα εἶναι ἤδη γνωστὰ ὅσον ἀφορᾷ τὸ πρωτεῦον στάδιον πυκνοποιήσεως, διὰ ἕνα μεγάλον ἀριθμὸν χαρακτηριστικῶν ὁριακῶν συνθηκῶν ἀποστραγγίσεως [1]. Ἡ ἔρευνα διὰ τὸ δευτερεῦον στάδιον πυκνοποιήσεως δὲν ἔχει ἀκόμη δώσει σαφεῖς ἐνδείξεις ὅσον ἀφορᾷ τὸν μηχανισμὸν πυκνοποιήσεως τοῦ ὑλικοῦ.

Ἐσχάτως, τῇ βοηθείᾳ ρεολογικῶν στοιχείων [2], ἐπετεύχθη μικρὰ πρόοδος [3], ἀλλ' ὁ υἱοθετηθεὶς τύπος τῶν στοιχείων δὲν εἶναι μοναδικός. Ὡς ἐκ τούτου σοβαραὶ ἀντιρρήσεις ἐξεφράσθησαν ὡς πρὸς τὴν μοναδικότητα τῆς ἀπεικονίσεως τοῦ μηχανισμοῦ τῆς δευτερευούσης πυκνοποιήσεως διὰ ρεολογικῶν στοιχείων.

Περιοριζόμενοι εἰς τὸ πρωτεῦον στάδιον πυκνοποιήσεως κεκορεσμένων ἐδαφῶν, δυνάμεθα νὰ εἴπωμεν, ὅτι οἱ φυσικοὶ νόμοι οἱ διέποντες τὸ φαινόμενον ἔχουσιν ἑρμηνευθῇ καὶ οἱ ἐξ αὐτῶν ἀπορρέοντες τύποι ὑπολογισμοῦ τῶν χαρακτηριστικῶν πυκνοποιήσεως εἶναι ἀρκούντως ἱκανοποιητικοί.

Εἰς ἐδάφη πολὺ χαμηλῆς ὑγρασίας, αἱ ὑπάρχουσαι θεωρίαι πυκνοποιήσεως κεκορεσμένων ἐδαφῶν σαφῶς δὲν ἰσχύουν καὶ τὸ πρόβλημα τοῦ ὑπολογισμοῦ ἔστω καὶ τῆς πρωτευούσης πυκνοποιήσεως εἶναι λίαν δυσχερές. Πολλάκις, τοιαῦτα ἐδάφη φορτιζόμενα θεωροῦνται ὑπεύθυνα διὰ μίαν ἀκαριαίαν ἀρχικὴν μεταβολὴν εἰς ὄγκον, μὴ δεικνύοντα περαιτέρω μεταβολὴν σὺν τῇ παρόδῳ τοῦ χρόνου. Ἡ ἔρευνα τοιούτου προβλήματος, ἀπὸ τῆς ἀπόψεως εὑρέσεως φυσικοῦ νόμου διὰ τὴν συμπεριφορὰν τοῦ ὑλικοῦ, εἶναι δυσχερεστάτη, εἰ μὴ ἀδύνατος. Μεγάλος ἀριθμὸς πειραμάτων μετὰ στατιστικῆς ἀναλύσεως τῶν ἀποτελεσμάτων δύναται ἐμπειρικῶς νὰ μᾶς πληροφορήσῃ περὶ τῆς συμπεριφορᾶς τῶν ἐξετασθέντων ἐδαφῶν εἰς φόρτισιν καὶ πιθανῶς περὶ ἑτέρων ἐδαφῶν διαθετόντων παρόμοια χαρακτηριστικά.

Γενικῶς ἡ προκύπτουσα δυσκολία εὑρέσεως μαθηματικοῦ νόμου συμπεριφορᾶς μὴ κεκορεσμένων ἐδαφῶν εἰς φόρτισιν ἔγκειται εἰς τὸ ὅτι μία φόρτισις ἀφ' ἑνὸς μὲν θὰ προκαλέσῃ ἀκαριαίαν ἐλάττωσιν τοῦ συντελεστοῦ κενῶν, ἀφ' ἑτέρου δέ, διὰ κάποιαν χαρακτηριστικὴν τιμὴν τοῦ συντελεστοῦ τούτου, θὰ ἀποκλείσῃ τὴν ἐλευθέραν ἐπικοινωνίαν τῶν πόρων μετὰ τοῦ ἐλευθέρου περιβάλλοντος. Οὕτω, θὰ προκαλέσῃ τὴν ἀνάπτυξιν μικτῶν τάσεων, τόσον εἰς τὸ ὕδωρ, ὅσον καὶ εἰς τὸν ἀέρα τῶν πόρων. Ἀκολούθως αἱ μικταὶ αὗται τάσεις τοῦ ρευστοῦ τῶν πόρων διαχεόμεναι θὰ προκαλέσουν περαιτέρω πυκνοποίησιν τοῦ ἐδάφους, σαφῶς ἄνευ σημαντικῆς αὐξήσεως τῆς ὑγρασίας τοῦ ἐδάφους.

Ἡ εὕρεσις τοῦ σημείου πυκνοποιήσεως, κατὰ τὸ ὁποῖον θὰ διακοπῇ πᾶσα ἐλευθέρα ἐπικοινωνία τῶν πόρων μετὰ τοῦ ἐλευθέρου περιβάλλοντος, εἶναι δυσχερεστάτη. Πλεῖστα ὅσα χαρακτηριστικὰ τοῦ ἐδάφους γνωστὰ κατὰ τὴν ἀρχὴν τῆς φορτίσεως θὰ ἔχουν, κατὰ τὴν ζητουμένην στιγμὴν ἀποκλεισμοῦ τῶν πόρων, μεταβληθῇ κατ' ἄγνωστον ποσότητα, ἰδίᾳ δὲ ὁ λόγος ἀέρος-ὕδατος τῶν πόρων. Ἑτέρα δυσκολία, ἀκόμη καὶ ἂν τὸ κρίσιμον σημεῖον πυκνοποιήσεως ἠδύνατο νὰ εὑρεθῇ, προκύπτει ἐκ τοῦ ὅτι ἡ διὰ τῶν πόρων τοῦ ἐδαφικοῦ σκελετοῦ ροὴ δὲν θὰ ἀκολουθῇ πλέον τὸν νόμον τοῦ Darcy, καθ' ὅσον εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην θὰ ἔχωμεν ροὴν μίγματος ὕδατος καὶ ἀέρος, ἀμφοτέρων ὑπὸ πίεσιν. Ἡ φύσις τῆς ροῆς ταύτης ἔτι περισσότερον περιπλέκεται λαμβανομένου ὑπ' ὄψιν ὅτι, ἐλαττουμένης τῆς οὐδετέρας πιέσεως τοῦ μίγματος τοῦ ρευστοῦ τῶν πόρων, ὁ ὄγκος τοῦ ἀέρος θὰ αὐξάνῃ, καὶ συνεπῶς τριχοειδεῖς τάσεις θὰ ἀναπτύσσωνται. Ἐπὶ πλέον δέ, ὁ συντελεστὴς διαπερατότητος θὰ μεταβάλλεται, οὐχὶ μόνον συναρτήσει τοῦ χρόνου, ἀλλὰ καὶ συναρτήσει τῆς θέσεως τοῦ ἐξεταζομένου σημείου εἰς τὸ ἔδαφος. Δι' ὑψηλὰς οὐδετέρας τάσεις ἡ διάλυσις ποσότητος τοῦ ἀέρος εἰς τὸ ὕδωρ τῶν πόρων εἶναι δυνατὴ καὶ ὁ ὑπολογισμὸς τῆς ποσότητος ταύτης εἶναι ἐφικτὸς μόνον ὅταν αἱ οὐδέτεραι τάσεις εἶναι γνωσταί. Τοιοῦτόν τι ὅμως εἶναι δυσκολώτατον, ὅταν ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ἡ ὕπαρξις τριχοειδῶν τάσεων εἰς τὰς ὁριακὰς θέσεις ἀποστραγγίσεως, ὁπότε ὁ πειραματικὸς προσδιορισμὸς τῶν τάσεων πόρων εἶναι δυσκολώτατος καὶ μᾶλλον ἀνακριβής.

Γενικῶς, ἡ πυκνοποίησις μὴ κεκορεσμένων ἐδαφῶν δύναται νὰ ἀναλυθῇ εἰς τὰς ἀκολούθους φάσεις :

α) Συμπύκνωσις τοῦ ἐδαφικοῦ σκελετοῦ μέχρις ἀποκλίσεως τῆς ἐπικοινωνίας πόρων - περιβάλλοντος ἅμα τῇ φορτίσει. Ἡ μεταβολὴ τοῦ ὄγκου τοῦ ἐδάφους κατὰ τὴν φάσιν ταύτην θὰ εἶναι ἀκαριαία. Ἐλαστικὰ χαρακτηριστικὰ τοῦ ἐδάφους μετὰ ὑστερήσεως θὰ εἶναι παρόντα.

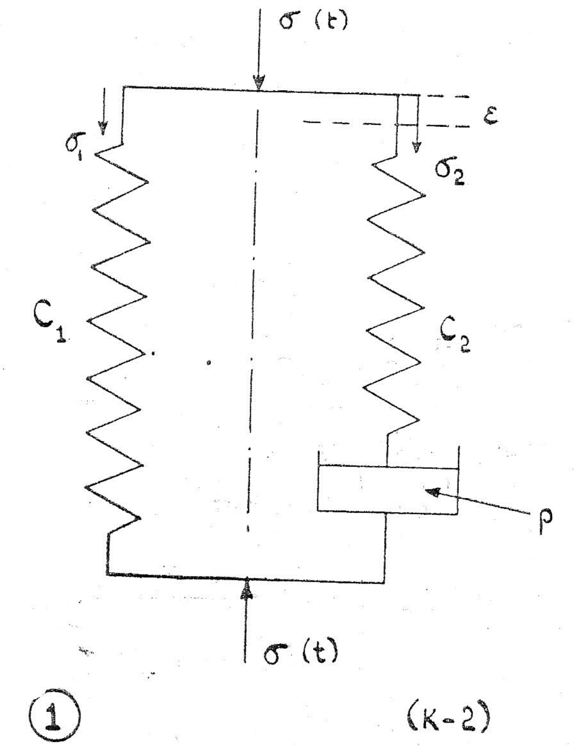
β) Φόρτισις τοῦ σκελετοῦ, ὕδατος καὶ ἀέρος πόρων, μὲ ἐλαστικὴν μεταβολὴν τοῦ ὄγκου τοῦ ἀέρος, καὶ συνεπῶς ἀκαριαίαν μεταβολὴν τοῦ ὄγκου τοῦ ὑλικοῦ. Διάλυσις ποσότητος ἀέρος εἰς τὸ ὕδωρ τῶν πόρων.

γ) Περαιτέρω μεταβολὴ τοῦ ὄγκου τοῦ ἐδάφους σὺν τῷ χρόνῳ, λόγῳ ἐκροῆς τοῦ ὕδατος - ἀέρος τῶν πόρων. Αὔξησις τῶν τάσεων μεταξὺ τῶν στερεῶν στοιχείων τοῦ σκελετοῦ τοῦ ἐδάφους. Αὔξησις, σὺν τῷ χρόνῳ, τοῦ συμπυκνωθέντος ἀρχικῶς ὄγκου τοῦ ἀέρος τῶν πόρων, λόγῳ ἐλαττώσεως τῶν οὐδετέρων τάσεων, καὶ ἀπόκλισις τοῦ ρευστοῦ ἐκ τοῦ νόμου ροῆς τοῦ Darcy. Ἐγκατάστασις τριχοειδῶν τάσεων καὶ ἰσορροπία τῶν οὐδετέρων τάσεων διὰ τιμὰς τούτων διαφόρους τοῦ μηδενός.

Ἐκ τῶν τριῶν τούτων ἁπλουστευμένων φάσεων πυκνοποιήσεως μὴ κεκορεσμένων ἐδαφῶν, αἱ δύο πρῶται θὰ εἶναι ἀνεξάρτητοι τοῦ χρόνου, ἐξαρτώμεναι μόνον ἐκ τῶν χαρακτηριστικῶν τοῦ ἐδάφους, ἡ δὲ τρίτη φάσις, ἐπὶ πλέον, συνάρτησις τοῦ χρόνου.

Μία προσέγγισις εἰς τὴν συμπεριφορὰν τοιούτου ὑλικοῦ κατὰ τὰς τρεῖς προαναφερθείσας φάσεις δυναται νὰ ἀπεικονισθῇ ρεολογικῶς διὰ στοιχείου τύπου Kelvin (4) δύο ἐλατηρίων ἐν παραλλήλῳ (Κ—2). Τοιοῦτον στοιχεῖον κατέχει τρεῖς σταθερὰς ἱκανὰς νὰ καλύψουν μεγάλην ποικιλίαν συμπεριφορᾶς ὑλικῶν εἰς στατικὰς καὶ δυναμικὰς φορτίσεις.

Ἄς ὑποτεθῇ στοιβὰς ἐδάφους χαμηλῆς ὑγρασίας, πάχους Η, ἀποτελουμένου ἐκ στοιχείων (Κ—2), ἐν τῶν ὁποίων εἰς τὴν γενικὴν θέσιν y ἰσορροπεῖ τὴν συνιστῶσαν ἐξωτερικοῦ φορτίου $\sigma(t)$, εἰς χρονικήν τινα στιγμὴν t (Σχῆμα 1). Ὑποθέσωμεν ὅτι τὸ πάχος τῆς στοιβάδος Η εἶναι ἀρκούντως μικρὸν οὕτως, ὥστε ἡ



Σχ. 1

συνολικὴ τάσις $\sigma(t)$ νὰ εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ βάθους.

Αἱ ἰδιότητες παραμορφώσεως στοιχείου (Κ—2) δύνανται νὰ ἐκφρασθῶσι, κατὰ τὰ γνωστά, διὰ τῶν ἀκολούθων διαφορικῶν ἐξισώσεων :

$$\left.\begin{aligned} &\sigma_1 + \sigma_2 = \sigma(t) && (\alpha) \\ &\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = c_1 \frac{\partial \sigma_1}{\partial t} && (\beta)^* \\ &\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \varrho \sigma_2 + c_2 \frac{\partial \sigma_2}{\partial t} && (\gamma)^* \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

ὅπου $c_{1,2}$ = ἀντίστροφον μέτρου ἐλαστικότητος $[F]^{-1}[L]^2$

ϱ = ἀντίστροφον δυναμικοῦ συντελεστοῦ ἰξώδους $[F]^{-1}[L]^2[T]^{-1}$

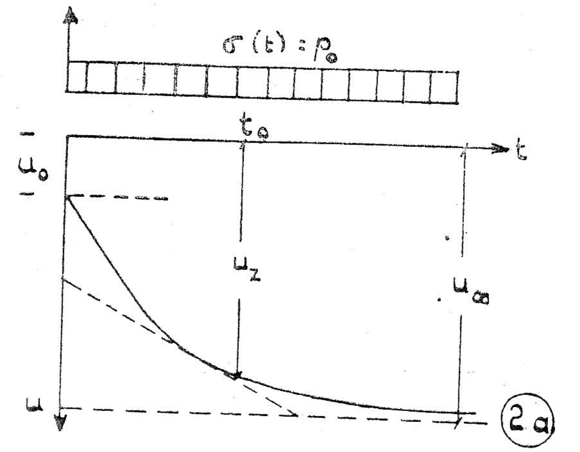
$\sigma(t)$ = τάσεις $[F]\ [L]^{-2}$

ε = ἀνηγμένη παραμόρφωσις [1].

*) $\sigma_i = \sigma_i\ (y, t)$ γενικῶς.

Αἱ σταθεραὶ τῶν ἐλατηρίων c_1 καὶ c_2 δύνανται νὰ καλύψουν τὰς ἀκαριαίας μεταβολὰς τοῦ Η κατὰ τὰς δύο πρώτας φάσεις τῆς πυκνοποιήσεως, ἐνῷ ἡ σταθερὰ ἰξώδους ϱ τὰς μεταβολὰς τῆς τρίτης φάσεως.

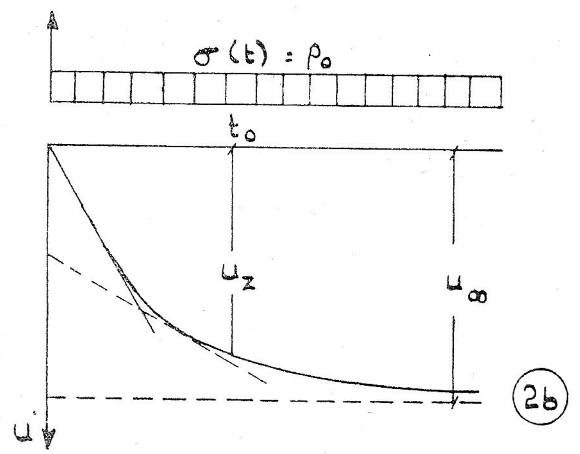
Ἐνταῦθα ἐνδιαφερόμεθα διὰ τὴν λύσιν τῶν ἐξισώσεων (1) ὡς πρὸς τὴν ἀνηγμένην παραμόρφωσιν ε κατὰ τὴν γενικὴν χρονικὴν στιγμὴν t, τὴν προκαλουμένην ὑπὸ τυχούσης φορτίσεως $\sigma(t)$.



Σχ. 2α

Ἡ λύσις τῶν ἐξισώσεων (1) εὐκόλως ἀποδεικνύεται ὅτι εἶναι :

$$\varepsilon = \frac{c_1}{c_1 + c_2}\, exp\left[\frac{-\varrho t}{c_1 + c_2}\right] \int_0^{t_0} exp\left[\frac{\varrho t}{c_1 + c_2}\right] \left\{ \varrho\sigma(t) + c_2 \frac{d\sigma(t)}{dt} \right\} dt \quad (2)$$

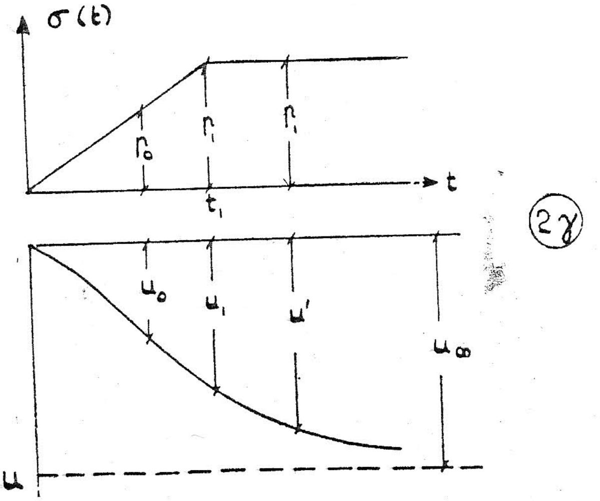


Σχ. 2β

Ἡ σχέσις (2) παριστᾷ τὴν παραμόρφωσιν στοιχείου (Κ—2) ὕψους Δy ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν φορτίσεως $\sigma(t)$ κατὰ τὴν γενικὴν χρονικὴν στιγμὴν t. Προφανῶς, διὰ στοιβάδα ἐδάφους πάχους H ἡ ἐπὶ τοῖς ἑκατὸν πυκνοποίησις εἰς χρονικὴν στιγμὴν t_0 θὰ δίδεται ὑπὸ τῆς σχέσεως :

$$u_z = 100 \frac{\int_0^H \varepsilon(t_0)dy}{\int_0^H \varepsilon(\infty)dy} \, \% \qquad (3)$$

Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς ἐπὶ τοῖς ἑκατὸν πυκνοποιήσεως στοιβάδος προϋποτίθενται γνωσταὶ αἱ χαρακτηριστικαὶ τιμαὶ c_1, c_2 καὶ ϱ τοῦ ἐδάφους, ὡς καὶ



Σχ. 2γ

ὁ νόμος φορτίσεως $\sigma(t)$. Εἰς τὴν ἐπεξεργασίαν τῶν κατωτέρω περιπτώσεων ὑποθέτομεν γνωστὰς τὰς τιμὰς τῶν c_i καὶ ϱ. (Διὰ τὸν πειραματικὸν προσδιορισμὸν τῶν

πάχους H εἰς χρονικήν τινα στιγμὴν $t = o$ καὶ παραμένει ἔκτοτε ἀναλλοίωτον εἰς ἔντασιν, Συνεπῶς, ἐκ τῶν σχέσεων (2) καὶ (3) διὰ $\sigma(t) = p_0$ ἔχομεν, ὅτι ἡ ἐπὶ τοῖς ἑκατὸν πυκνοποίησις τῆς στοιβάδος εἰς χρονικήν τινα στιγμὴν t_0 θὰ δίδεται ὑπὸ τῆς σχέσεως :

$$u_z = \left\{ 1 - \frac{c_1}{c_1 + c_2} \, exp \left[\frac{-\varrho t_0}{c_1 + c_2} \right] \right\} \% \qquad (4)$$

Ἡ ἀκαριαία πυκνοποίησις ε_0 θὰ δίδεται ὑπὸ τῆς σχέσεως (4) διὰ $t_0 = o$, ἤτοι (Σχ. 2α) :

$$\varepsilon_0 = \frac{c_1 . c_2}{c_1 + c_2} . p_0 \qquad (5)$$

Εἰς χρόνον $t \to \infty$ ἡ ὁλικὴ πυκνοποίησις ε_∞ θὰ δίδεται ὑπὸ τῆς σχέσεως :

$$\varepsilon_\infty = c_1 p_0$$

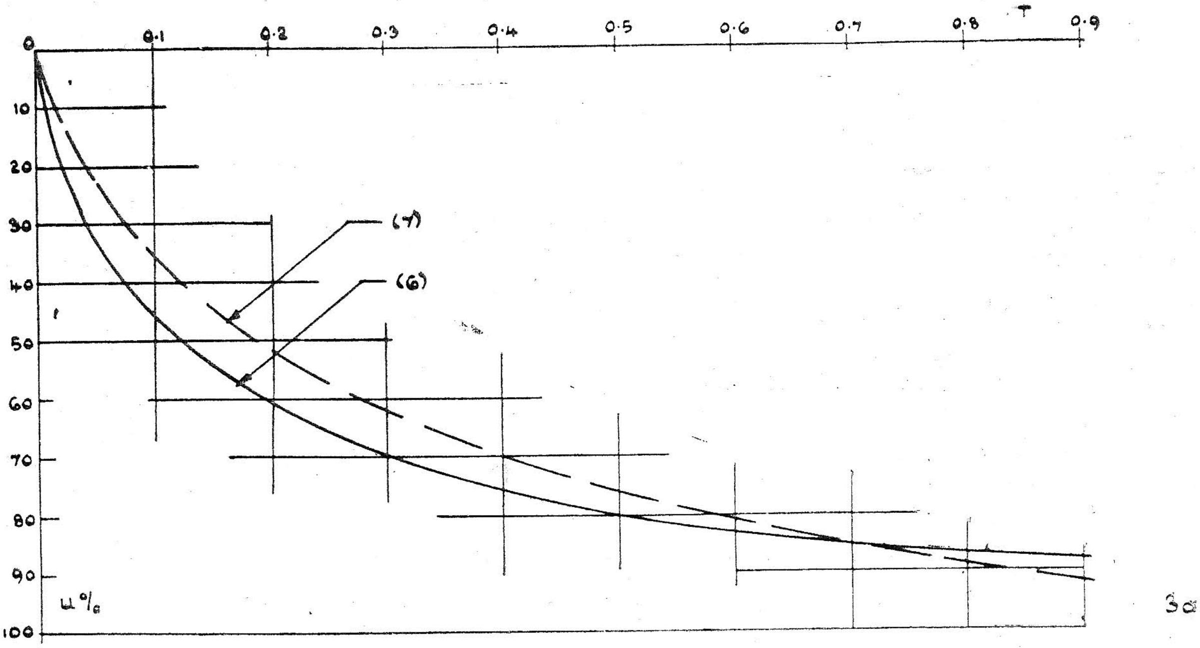
Περίπτωσις ΙΙ.

Ὑποθέσωμεν ὅτι ὁ συντελεστὴς δυναμικοῦ ἰξώδους εἰς τὴν προαναφερθεῖσαν περίπτωσιν αὐξάνει μετὰ τοῦ βάθους κατὰ τὸν νόμον

$$\varrho_0 = \varrho y^{-2}$$

καὶ ὅτι δὲν ὑφίσταται πεπερασμένη παραμόρφωσις τοῦ ὑλικοῦ κατὰ τὴν στιγμὴν φορτίσεως. Ἡ ὑπόθεσις αὕτη ἀντιστοιχεῖ μὲ τὴν παράλειψιν τῆς 1ης φάσεως πυκνοποιήσεως, λόγῳ μὴ ὑπαρχούσης ἐλευθέρας ἐπικοινωνίας πόρων - περιβάλλοντος καὶ μεγάλης μεταβολῆς εἰς ὄγκον τοῦ ἀέρος πόρων.

Ἐκ τῆς (2) καὶ (3) λαμβάνομεν διὰ τὸν συντελεστὴν πυκνοποιήσεως ἐπὶ τοῖς ἑκατὸν τὴν ἀκόλουθον ἔκφρασιν :



Σχ. 3α

σταθερῶν τούτων θὰ ἀσχοληθῶμεν εἰς προσεχὲς ἄρθρον).

Περίπτωσις Ι.

Ὑποθέτομεν, ὅτι τὸ ἐξωτερικὸν φορτίον ἀνὰ μονάδα ἐπιφανείας $\sigma(t)$ τίθεται ἐπὶ στοιβάδος ἐδάφους

$$u_z = \left\{ 1 + (T\pi)^{1/2} - (1+2T) \, exp\,(-T) + 4T^2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{T^{n-1}}{(2n+1)\,(n-1)} \right\} \% \qquad (6)$$

ὅπου T εἶναι ὁ συντελεστὴς διαρκείας φορτίσεως

$$T = \frac{\varrho_0 t_0}{c_1 H^2}$$

Κατὰ τὴν ὁλοκλήρωσιν τῆς (2) αἱ κατωτέρω σχέσεις πρέπει νὰ ληφθῶσιν ὑπ' ὄψιν :

$$\int_{\kappa}^{\infty} u^{\alpha} . e^{-u} du = \left\{ \frac{1}{1+\alpha} \left(u^{\alpha+1} . e^{-u} \right) + \frac{u^{2+\alpha} . e^{-u}}{(1+\alpha)(2+\alpha)} \right\} \Bigg|_{\kappa}^{\infty} +$$

$$+ \frac{1}{(1+\alpha)(2+\alpha)} \int_{\kappa}^{\infty} u^{(2+\alpha)} . e^{-u} . du \qquad \Gamma(\alpha) = \int_{0}^{\infty} x^{\alpha-1} . e^{-x} . dx,$$

$$\Gamma\left(\frac{2n+1}{2}\right) = \frac{(2n)!}{n!\, 2^{2n}} \sqrt{\pi}$$

Ἐνδιαφέρουσα εἶναι ἡ σύγκρισις τῆς ἐξισώσεως (6) μετὰ τῆς σχέσεως διὰ τὸν συντελεστὴν πυκνοποιήσεως δοθέντα ὑπὸ τοῦ Terzaghi διὰ κεκορεσμένα ἐδάφη (5) :

$$u_z = \left\{ 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} exp \left[\frac{-1}{4} (2n+1)^2 . \pi^2 . T_0 \right] \right\} \% \qquad \ldots\ldots (7)$$

ὅπου $T_0 = \dfrac{c_v\, t_0}{H^2}$.

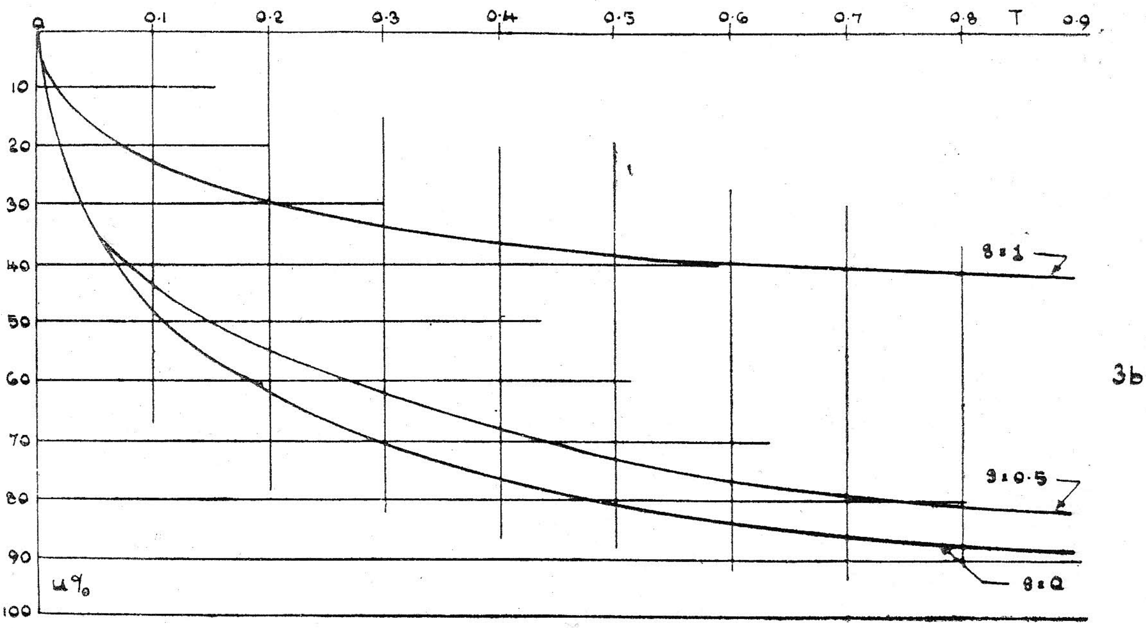
Εἰς τὸ Σχῆμα (3α) αἱ σχέσεις (6) καὶ (7) ἐχαράχθησαν πρὸς παραβολήν. Εἶναι προφανὲς ὅτι ἡ σχέσις (6) ἀποτελεῖ ἕνα κατώτατον ὅριον, λόγῳ τοῦ υἱοθετηθέντος νόμου μεταβολῆς τοῦ συντελεστοῦ δυναμικοῦ ἰξῶδους διὰ τιμὰς τοῦ T μικροτέρας τῆς μονάδος. Ἐκ τῆς (6) εἶναι δυνατὸν νὰ προσδιορισθῇ ἡ καμπύλη πυκνοποιήσεως δι' ἐδάφη τῶν ὁποίων αἱ χαρακτηριστικαὶ τιμαὶ c καὶ ϱ εἶναι γνωσταί. Πάντως εἶναι προφανὲς ὅτι ἡ σχέσις (6) (Σχ. 3α) δύναται νὰ ἀλλάξῃ θέσιν ὡς πρὸς τὴν σχέσιν (7) τοῦ αὐτοῦ σχήματος ἀναλόγως τῆς τιμῆς τοῦ συντελεστοῦ

$$\mu = \frac{\varrho}{c_1 . c_v}$$

Περίπτωσις III.

Ἂς ζητήσωμεν τώρα τὸν συντελεστὴν πυκνοποιήσεως ἐπὶ τοῖς ἑκατὸν στοιβάδος ἐδάφους, τὸ ἰξῶδες τοῦ ὁποίου μεταβάλλεται μετὰ τοῦ βάθους ὡς εἰς τὴν προηγουμένην περίπτωσιν, ὅταν τὸ φορτίον πυκνοποιήσεως αὐξάνῃ γραμμικῶς ἐκ τοῦ μηδενὸς κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν $t = o$ μέχρι μιᾶς ὡρισμένης τιμῆς $p_1(t_1)$ καὶ παραμένῃ ἔκτοτε σταθερόν. (Σχ. 2γ).

Εἶναι προφανὲς ὅτι ἡ ἀσυνέχεια φορτίσεως διὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν t_1 καθιστᾷ τὴν ἀναλυτικὴν λύσιν τοῦ προβλήματος δυσχερῆ, ἡ ὁποία ὅμως τῇ βοηθείᾳ καταλλήλων σειρῶν, καὶ κατόπιν διερευνήσεως τῆς φύσεως τῆς ἀνωμαλίας, δύναται νὰ ἀπομακρυνθῇ. Παραλειπομένων τῶν μαθηματικῶν ὑπολογισμῶν, αἱ ἐκφράσεις τῆς ἐπὶ τοῖς ἑκατὸν πυκνοποιήσεως διὰ τὰς χρονικὰς περιοχὰς $0 - t_1$, t_1 καὶ $t > t_1$ εἶναι :



Σχ. 3β

$\underline{t_1 > t \geqslant o}$

$$u_0 = \left(\frac{t}{t_1}\right) \frac{3 - \frac{1}{T}\left(1 - e^{-T}\right) + 2\,(T\pi)^{1/2} - 2(1+2T)\,e^{-T} + 8 \sum_{n=1}^{n} (-1)^n\, T^2 \frac{T^{n-1}}{(2n+1)(n-1)!}}{6 - \frac{1}{T_1}\left(1 - e^{-T_1}\right) + 2\,(T_1\pi)^{1/2} - 2(1+2T_1)\,e^{-T_1} + 8 \sum_{n=1}^{n} (-1)^n\, T_1^2 \frac{T_1^{n-1}}{(2n+1)(n-1)!}} \qquad (8)$$

$\underline{t = t_1}$

$$u_1 = \left\{ 1 - \left(\frac{3}{2}\right) \frac{\left[1+2T(1-s)\right] e^{-T(1-s)} - \sqrt{\pi}(T-Ts)^{1/2} + 4T^2(1-s^2) \sum^{n} (-1)^{n+1} \frac{T^{n-1}(1-s)^{n-1}}{(2n+1)(n-1)!}}{3 - \frac{1}{2Ts}(1-e^{-Ts}) - (1-2Ts)e^{-Ts} + \sqrt{sT\pi} - 4s^2T^2 \sum_{n} (-1)^{n+1} \frac{(Ts)^{n-1}}{(2n+1)(n-1)!}} \right\} \quad (9)$$

$\underline{t > t_1}$

$$u' = \left\{ 1 - 3 \frac{(1+2T-2T_1) e^{-(T-T_1)} - \sqrt{\pi(T-T_1)} - 4(T-T_1)^2 \sum^{n} (-1)^{n} \frac{(T-T_1)^{n-1}}{(2n+1)(n-1)!}}{6 - \frac{1}{T_1}(1-e^{-T_1}) + 2\sqrt{\pi T_1} - 2(1+2T_1)e^{-T_1} + 8 \sum_{n=1} (-1)^{n} T_1^2 \frac{T_1^{n-1}}{(2n+1)(n-1)!}} \right\} \quad (10)$$

ὅπου $s = \frac{t_1}{t}$ καὶ $T_1 = \frac{\varrho_0 t_1}{c_1 \cdot H^2}$

Διὰ διαφόρους θέσεις τῆς ἀσυνεχείας φορτίσεως s, τὸ Σχῆμα 3β δίδει τὴν πυκνοποίησιν ἐπὶ τοῖς ἑκατόν, ἐκ τῶν ἀνωτέρω σχέσεων, ὡς συνάρτησιν τοῦ χρόνου διαρκείας φορτίσεως T.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. —Terzaghi K., «Erdbaumechanik». F. Deuticke, Vienna, 1925
—Terzaghi K., Fröhlich K. «Theorie der Setzung von Tonschichten». F. Deuticke, Vienna, 1936.
—Biot M., «General theory of three—dimensional consolidation» Journ. Appl. Phys, Vol. 12, p. 155 1941.
—Biot M., «Consolidation settlement under a rectangular load distribution» Journ. Appl. Phys., Vol. 12, p. 426, 1941.
—Biot M., Consolidation settlement of a soil with an impervious top surface». Journ. Appl. Phys, Vol. 12, p 578, 1941.
Carrillo N, «Simple two— and three—dimensional cases in the theory of consolidation of soils». Journ. Math. Phys., Vol. 21, Nr. I, p. I, 1942.
—Ishii Y., «The research on the subsidence of the ground in Osaka region». The Japan Sci. Review, Vol. I, Nr. 4, p. 25, 1950.
—Helenelund K., «Om konsolidering og sättning av Belastade Merklager». Helsingfors 1951.
—Gibson R. E., «Numerical solutions of some problems in the consolidation of clay». Proc. Institution of Civil Eng., Nr. 5877, p. 182, London 1953.
—Biot M., «Theory of elasticity and consolidation for porous anisotropic solid». Journ. Appl. Phys., Vol. 26, p 182, 1955.
—Biot M., «General solution of the equations of elasticity and consolidation for a porous material». Jour. Appl. Mech. Vol. 23. Nr. I. p. 91, 1956.
—Gibson R. E., «The consolidation Settlement of a load uniformly distributed over a rectangle area». 4th Conf. Soil Mechanics, Vol. I, p. 297, London 1957.

2—. Gross B., «Mathematical structures of the theories of viscoelasticity». Herman, Paris 1953.
—Lee E., «Stress analysis in viscoelastic bodies». Report PA—TR/8 Brown University, 1955.

3—. Tan K., «Soil Properties». Session 2,4th Conf. Soil Mechanics, Vol. 3, 3, p. III, p. 278, London 1957.

4—. Reiner M, «Deformation and flow». Lewis, p. 268, p. 281, London 1949.

5—. Terzaghi K., «Theoretical soil Mechanics». Wiley, p. 283, 1954.

APPLICATIONS OF RHEOLOGICAL MODELS TO VISCO-ELASTIC COMPLIENCE PROBLEMS

By N. N. AMBRASEYS, Ph. D. (LOND.), DIC.

A method of assessing whether or not the measured complience with stressing for a visco—elastic material is consistent with a three—element model is presented. The application of this model to soil mechanics problems is acceptable, provided the soil structure is fully saturated and Darcy's law is duly taken into considetation.

For partly saturated soils under low stresses, the three element model was chosen since it is relatively simple to analyse and exhibits the three main types of visco—elastic response, namely, instantaneous elasticity, viscous flow, and delayed elasticity. If the complience measurements are found to conform with the behaviour of the three—element model over a part of the stress—time range, values for the element constants can be determined and certain behaviouristic properties of the material can be disclosed.